2006年度（平成18年度）
博士論文

# ソフトインターフェースを介した
# 動的な物体操作に関する研究

柴田　瑞穂

# 論文要旨

日本においてロボット工学の重要性が叫ばれるようになってから 20 余年，ロボット工学の研究分野はハードウェアの面だけでなく，理論解析の面でも大きな前進を遂げた．特に，ロボットハンドでの物体操作に代表される，対象物の把持・操作に関する研究は，活発に成されている．これらの研究では，対象物体が剛体であり，解析の容易さから操作過程を静的または準静的として扱っている研究が多い．一方，日常生活における物体操作の多くは動的な動作であり，柔軟体を含んでいる．布地，食品，ゴム材料などの柔軟体の把持・操作および人間の指などの生体材料による柔軟体を用いた把持・操作がその例として挙げられる．これらの物体操作においては，柔軟体のみで構成されているシステムは少なく，剛体として近似されるマニピュレータおよび対象物の間に柔軟体が存在するシステムが大半を占める．また，柔軟体の多くは物性として粘性の要素を含んでいる．しかし，静的および準静的という仮定のもとでは，物体の粘性の影響は考慮されない．粘性要素が存在するシステムで動的な物体操作を行う場合，その粘性が過渡応答に影響を与えることは直感的に理解できるが，粘性を考慮した研究はあまり見受けられない．特に，制御則に含まれる粘性要素 (damping term) が制御系に与える影響を検証する研究は数多くあるが，柔軟体の力学パラメータ，特に，物性としての粘性要素 (viscous term) が柔軟体操作の安定性にどのように影響を与えるかを分析した研究はあまり見受けられない．このように，柔軟体の操作に関する研究は，従来の剛体系で表現されるシステムの延長線として扱われることが多く，柔軟物を操作する際に起こる特有の問題点を整理し，分析を行った研究はあまり見受けられない．本論文では，柔軟体操作の典型例として，剛体マニピュレータと対象物の間に粘弾性体が存在する物体操作を，ソフトインターフェースを介した動的な物体操作と名付け，その特徴を明らかにする．ソフトインターフェースを介した動的な物体操作では，扱う対象が柔軟体であるために，制御入力として力だけでなく，位置を用いても力学的に矛盾しない．また，位置決め作業の場合に，剛体系と異なり，複数の位置決め点を同時に制御することが可能であり，位置決め点を直接操作できない作業が存在する．そこで本論文では，位置決め作業においてどのような制御則が有効であるかについて，安定性の面から検証した．その結果，操作量に力を用い，それぞれの操作点に対して最も近い位置決め点の情報をフィードバックすることによって，粘弾性体の位置と変形が同時に制御可能であることが分かった．また，操作量に位置を与える場合に，位置決め点を収束させる制御則が存在することが分かった．特に，I 制御のみで位置決め点が目標位置に収束することが分かった．さらに，ソフトインターフェースを介して動的に物体操作をする場合，そのシステムは一般に連続離散時間系で表現される．そこで，本論文では拡張 z 変換の考え方に基づいて連続離散時間系による定式化を試み，柔軟物体の物理パラメータが制御系にどのような影響を与えるかについて検証した．この定式化によって得られた運動方程式は，連続時間を考慮した漸化式となる．そこで本論文では，状態遷移行列のスペクトル半径から安定性を評価する．特に，対象となる物質の選定，および使用する機器の選定を視野に入れて，最大制御周期の観点から安定性を評価した．その結果，フィードバック制御を行う際に，系の安定性が物性の粘弾性特性に依存することが分かった．特に，粘性と安定最大制御周期の間の関係は単調でないことが分かった．これにより，ソフトインターフェースを介した動的な物体操作では，弾性だけでなく，粘性も使用する物質の選定基準となることを示した．

# 目 次

**第 1 章　緒論** **1**
1.1 緒言 . . . . . 1
1.2 従来研究 . . . . . 2
1.3 ソフトインターフェースを介した動的な物体操作 . . . . . 6
1.3.1 典型例 . . . . . 6
1.3.2 問題点 . . . . . 7
1.4 本研究のアプローチ . . . . . 9
1.5 本論文の構成 . . . . . 10
1.6 本論文で用いる記号 . . . . . 10

**第 2 章　粘弾性体の位置と変形の同時制御** **15**
2.1 緒言 . . . . . 15
2.2 位置と変形の同時制御 . . . . . 17
2.2.1 柔軟体の位置と変形の記述 . . . . . 17
2.2.2 1 次元の同時制御の定式化 . . . . . 19
2.2.3 1 次元の同時制御の安定性 . . . . . 21
2.3 制御目標および境界条件の違いによる比較 . . . . . 22
2.3.1 収束条件 . . . . . 25
2.4 操作点と位置決め点の対応関係の違いによる比較 . . . . . 27
2.5 操作量の違いによる比較 . . . . . 30
2.6 粘性の有無による比較 . . . . . 33
2.7 結言 . . . . . 34

**第 3 章　拡張 z 変換を用いた連続離散時間系の解析** **35**
3.1 緒言 . . . . . 35
3.2 定式化 . . . . . 37
3.2.1 連続離散時間系 . . . . . 37
3.2.2 ソフトインターフェースのモデル化 . . . . . 37
3.2.3 フィードバック制御の定式化 . . . . . 38
3.2.4 フィードフォワード制御の定式化 . . . . . 39
3.3 フィードバック制御における安定性解析 . . . . . 40
3.3.1 スペクトル半径による安定性解析 . . . . . 40
3.3.2 安定最大制御周期と弾性係数の関係 . . . . . 40
3.3.3 安定最大制御周期と粘性係数の関係 . . . . . 41

3.3.4 安定最大制御周期と粘弾性特性の関係 . . . . . 44
3.3.5 安定最大制御周期と質量の関係 . . . . . 45
3.3.6 安定最大制御周期と力ゲインの関係 . . . . . 46
3.4 フィードフォワード制御における安定性解析 . . . . . 47
3.5 シミュレーションによる検証 . . . . . 48
3.6 通常の z 変換による安定性解析 . . . . . 49
3.7 実機による検証 . . . . . 50
3.7.1 可変動特性指先の概要と基本特性 . . . . . 50
3.7.2 実験 . . . . . 51
3.8 議論 . . . . . 52
3.9 結言 . . . . . 53

**第 4 章 信号遅れを含む連続離散時間系の安定性解析** **55**
4.1 緒言 . . . . . 55
4.2 遅れを含む系の定式化 . . . . . 56
4.2.1 タイミングモデル . . . . . 56
4.2.2 フィードバック制御の定式化 . . . . . 58
4.3 安定性解析 . . . . . 59
4.3.1 リアプノフ方程式 . . . . . 59
4.3.2 1 自由度系把持力制御の安定性解析 . . . . . 59
4.4 結言 . . . . . 63

**第 5 章 結論** **65**

**謝辞** **67**

**参考文献** **69**

**関連研究** **73**
論文 . . . . . 73
査読付き国際学会 . . . . . 73
国内学会 (口頭発表) . . . . . 74
国内学会 (ポスターセッション) . . . . . 74

**その他の研究** **75**
国内学会（口頭発表） . . . . . 75
国内学会 (ポスターセッション) . . . . . 75

# 図 目 次


1.1 Dynamic object manipulation through soft interface . . . . . 6
1.2 Indirect simultaneous positioning of a deformable object . . . . . 7
1.3 Classification of control inputs . . . . . 8
1.4 System of indirect simultaneous positioning . . . . . 8

2.1 Object manipulation . . . . . 17
2.2 One-dimensional simultaneous control of motion and deformation . . . . . 18
2.3 Mapping between manipulated and positioned points . . . . . 19
2.4 Model of viscoelastic object . . . . . 19
2.5 Model of object manipulation . . . . . 22
2.6 Model of three masses viscoelastic object in free space . . . . . 23
2.7 Simulation result (PID control) . . . . . 24
2.8 Divergence in PD control . . . . . 26
2.9 Using positioned points non-nearest from the respective manipulated points . . 29
2.10 Simulation result (I control to direct position) . . . . . 32

3.1 System of manipulation on contact with soft interface . . . . . 37
3.2 Model of manipulation on contact with soft interface . . . . . 38
3.3 Critical sampling time for stiffness . . . . . 41
3.4 Critical sampling time for viscosity . . . . . 42
3.5 Root locus ($k = 2000\,\mathrm{N/m}$) . . . . . 43
3.6 Critical sampling time for stiffness and viscosity . . . . . 44
3.7 Critical sampling time for mass . . . . . 45
3.8 Critical sampling time for force feedback gain . . . . . 46
3.9 Variable dynamics fingertip . . . . . 50
3.10 Experimental setup . . . . . 51
3.11 Critical sampling time for viscosity in experiment . . . . . 52

4.1 System of dynamic manipulation through a soft interface with time delay . . . 56
4.2 Timing model of digital feedback system . . . . . 57
4.3 Critical sampling time for parameters of a soft interface system with/without time delay ($k - T$graph) . . . . . 61
4.4 Critical sampling time for parameters of a soft interface system with/without time delay ($b - T$graph) . . . . . 61

4.5 Critical sampling time for parameters of a soft interface system with/without time delay ($K_f - T$graph) . . . . . 62
4.6 Critical sampling time for parameters of a soft interface system with/without time delay ($m - T$graph) . . . . . 62

# 表 目 次

1.1 Nomenclature of Chapter 2 . . . . . 11
1.2 Nomenclature of Chapter 3 . . . . . 12
1.3 Nomenclature of Chapter 4 . . . . . 13

2.1 Positionability depending on manipulated objects, boundary conditions, and control laws . . . . . 23
2.2 Convergence conditions . . . . . 25
2.3 Positionability depending on mapping between positioned points and manipulated points . . . . . 28
2.4 Positionability depending on control inputs . . . . . 31
2.5 Positionability depending on systems with/without viscosity . . . . . 33

3.1 Viscosity and sampling time of a peak . . . . . 48
3.2 VDF dynamics . . . . . 51

# 第1章　緒論

## 1.1　緒言

日本においてロボット工学の重要性が叫ばれるようになってから 20 余年，ロボット工学の研究分野はハードウェアの面だけでなく，理論解析の面でも大きな前進を遂げた．特に，ロボットハンドでの物体操作に代表される，対象物の把持・操作に関する研究は，従来より活発に成されている [1, 2, 3]．多指ハンドでの把握・操りに関しては，摩擦を考慮した安定把握 [4]，適応把握 [5]，視触情報をフィードバックする制御 [6] などが研究されている．グラスプレス・マニピュレーションでは，ハンドによる把持を行わず，環境を利用しながら物体を操作する方法が提案されている [7]．また，対象物を多点接触で安定に把持しようとする，パワーグラスプに関して議論されている [8, 9]．これらの研究では，対象物体が剛体であり，解析の容易さから操作過程を静的または準静的として扱っている研究が多い．

一方，日常生活における物体操作の多くは動的な動作であり，柔軟体を含んでいる．布地，食品，ゴム材料などの柔軟体の把持・操作および人間の指などの生体材料による柔軟体を用いた把持・操作がその例として挙げられる．これらの物体操作においては，柔軟体のみで構成されているシステムは少なく，剛体として近似されるマニピュレータおよび対象物の間に柔軟体が存在するシステムが大半を占める．その例として，剛体ハンドの指先に柔軟体を用いて対象物体を把持・操作する研究がある [10, 11, 12, 13, 14, 15]．一般に，ロボットハンドの指先に柔軟体を用いることによって，面接触による安定把持，高い摩擦力，接触における衝撃力の低減などの利点が期待される．また，近年，柔軟体そのものの操作に関する研究が盛んになっている [16]．柔軟体操作では，操作過程で対象物が変形する．また，自由空間内における柔軟体の操作においては，柔軟体の変形のみならず柔軟体の運動が生じる．たとえば，人が服を着る場合，人は服を変形させながら袖を移動させ，袖を腕に通す．このように柔軟体の操作では，運動と変形が同時に生じる点に特徴がある．したがって自由空間内における柔軟体の操作は，柔軟体の位置と変形を同時に制御する過程とみなすことができる．しかし，柔軟体の位置と変形を同時に制御するという観点から制御系の安定性を論じた研究はない．また，柔軟体の多くは物性として粘性の要素を含んでいる．しかし，静的および準静的という仮定のもとでは，物性としての粘性の影響は考慮されない．粘性要素が存在するシステムで動的な物体操作を行う場合，その粘性が過渡応答に影響を与えることは直感的に理解できるが，粘性を考慮した研究はあまり見受けられない．制御則に含まれる粘性要素 (damping term) が制御系に与える影響を検証する研究は数多くあるが，柔軟体の力学パラメータ，特に，物性としての粘性要素 (viscous term) が柔軟体操作の安定性にどのように影響を与えるかを分析した研究はあまり見受けられない．

このように，柔軟体の操作に関する研究は，従来の剛体系で表現されるシステムの延長線として扱われることが多く，柔軟物を操作する際に起こる特有の問題点を整理し，分析を行った

研究はあまり見受けられない．柔軟体操作に特有の問題を整理し，柔軟体の物性が制御系に与える影響を評価することによって，柔軟体を動的に操作する機械システムにおいて，使用する柔軟体および制御則の選定基準が明確になることが期待される．そこで本研究では，柔軟体を含む系の動的な物体操作において，柔軟体特有の問題を明確にし，その観点からの解析を試みる．

## 1.2　従来研究

柔軟体の動的な物体操作に関する従来の研究を，以下の三つの観点から分類し，概観する．

(1) 制御則
(2) 定式化
(3) 安定性

(1) 制御則の選定とは，物体の運動制御則や作業方策の選定を表す．これは，対象物体の特性だけでなく，目的とする作業に大きく依存する．また，目標の作業を実現するために構築したハードウェアとの関わりも深い．特に，扱う対象が柔軟体であるために，従来の剛体系では考えられなかった制御入力の与え方が考えられる点は注目に値する．すなわち，制御入力として位置を与えても力学的に矛盾しない．さらに，制御則を選定する際に制御系の物理モデルを用いるかどうかも重要な要素となる．

(2) 定式化とは，ソフトインターフェースおよびソフトインターフェースを操作する機械システムを含めた作業系全体を運動方程式として記述することである．これには機械システムおよび柔軟体のモデリングも含まれている．柔軟体のモデルの構成は，対象となる物体によって大きく異なる．物体はその変形特性から，弾性物体，粘性物体，弾塑性物体，粘塑性物体，粘弾性物体などに分類される．ここで導かれる運動方程式は，一般に，連続時間システムでは微分方程式，離散時間システムでは漸化式となる．定式化およびモデル化では，必要とされる範囲で，扱う機械システムの特徴を反映させることが重要となる．

(3) 安定性とは，定式化によって得られた運動方程式が漸近的に収束するかを解析することである．これにより，システムの有効性を評価できる．安定性検証には，系そのものが漸近安定であるかを調べる場合やフィードバックゲインや制御周期がどの範囲で選定可能かを調べる場合などがある．また，モデル化ができない場合，モデル化を行わなかった場合，モデルが複雑になる場合には，数値シミュレーションや実験によって安定性を確認する場合もある．

これらの 3 つの項目はそれぞれ独立に存在しているわけではなく，密接に関連している．たとえば，構築した制御系に対して，モデルを決定する．そのモデルに対して運動方程式を導出し，安定性を解析する．逆に，制御則を決定するために，モデルを利用する場合もある．また，得られた運動方程式に対して安定性を解析する手法も一通りではない．このように，それぞれの項目は密接に関連しているので，厳密に分類を行うことはできない．したがって，本節では大まかにこの 3 つの項目に分類する．

### (1) 制御則

柔軟物のモデルを制御に取り入れた例として，和田らが行った，2 次元平面状の伸縮柔軟体の間接同時位置決めシステムが挙げられる [17]．彼らは，制御則の構築に柔軟物の粗いモデルを使用している．また，彼らはピンチングフィンガーを操作するためにハードウェアとしてステッピングモータを使っており，制御入力として位置を与えている．柔軟物の物理モデルを用いずに，操作過程で生じる変形に対してセンサフィードバックにより適応的に操作を進める方策を用いた例として，小野らが構築した，布地のハンドリングシステムが挙げられる [18]．彼らは，折れ重なった布生地の輪郭情報を画像処理を用いて検出し，ロボットハンドで布のコーナーエッジをつまみあげ，展開した．柔軟物の特徴を制御則に利用した例として，遠藤らは，2 リンク柔軟アームの定置制御に関して，関節の変位，速度のフィードバックにアームの根元で測定した歪を加えた制御則を提案した [19]．また，松野は，フレキシブル・マニピュレータでの力と位置のハイブリッド制御を実現し，その安定性を論じている [20]．

柔軟体の自由空間内の運動を扱う研究として，Meer らは，柔軟体を把持するためにインピーダンス制御を用いた [21]．Howard らは，2 本のロボットアームで粘弾性体を繰り返しつまみあげることにより，最小把持力を計測し，その結果から物体の粘弾性特性を同定した [22]．彼らは，定式化において粘弾性体の質量を考慮している．粘弾性特性を含むシステムを自由空間内で運動させる研究として，柔軟指ロボットハンドによる動的なピンチング動作に関する研究がある．Arimoto らは，指先に弾性体と仮定した柔軟体を有する 2 指ハンドを用いて，剛体のピンチング動作を実現している [12]．これらの報告では，受動性解析を基にセンソリーフィードバックの考え方から，安定把持を実現しながら物体の位置と姿勢を同時に制御する制御則を提案している．

### (2) 定式化

モデリングの手法として，パーティクルベースモデリング [23]，有限要素法 [24] が挙げられる．パーティクルベースモデリングでは，対象物体を有限個の質点で表現し，それぞれの質点の挙動を記述する．パーティクルベースモデリングを柔軟体に利用した例として，Howard らが行った，柔軟体の物理パラメータ同定が挙げられる [22]．彼らは，三次元の粘弾性体をパーティクルモデルで表現した．また，2 本のロボットアームで粘弾性体を繰り返しつまみあげることにより，最小把持力を計測し，その結果から物体の粘弾性特性を同定した．有限要素法では，対象物体を連続体力学として考える．連続体は，一般的に，偏微分方程式で表される場の方程式と境界条件および初期条件によって記述される．有限要素法を柔軟体に利用した例として，Suzumori らが行った空気圧アクチュエータの解析が挙げられる [25]．彼らは，強化繊維を用いない空気圧作動型アクチュエータ（Flexible Micro Actuator：FMA）の最適化を行うために，非線形有限要素法を用いて解析を行った [25]．

柔軟体自体のモデリングは，行う作業に大きく影響される．Arimoto らが，指先に弾性体と仮定した柔軟体を有する 2 指ハンドを用いて，物体のピンチング動作を実現している [12, 13, 14]．これらの解析では，弾性体の動径方向の圧縮変形によって指先力が発生する仮定を用いている [12]．このとき，発生力は半球の指先の中心に集中すると仮定している．また，長瀬らは，文献 [12] で用いられた，弾性体の動径方向の圧縮変形によって指先力が発生するという仮定に加え，回転方向の圧縮変形によっても指先力が発生するとして，柔軟指による把持の解析と実験

を行った [15]．和田らは，PID 制御を用いて 2 次元平面状の伸縮柔軟体の間接同時位置決めを行った [17]．彼らは，制御則の構築に柔軟物の粗いモデルを使用している．このモデルでは，2 次元柔軟体を線形バネの結合体として表現している．線形バネを用いているが，格子状に配置された離散点に対して斜め方向にもバネを結合しており，変形に伴ってバネの方向が変化するので，全体としては非線形の特性を有している．Vaz らは，人間の腕関節に軟骨に相当する粘弾性体を導入したモデルを構築している [26]．彼らは，ある固定点と参照点の間に非線形のバネと線形のダンパーが存在するモデルを立て，腕の運動方程式をボンドグラフから導き，初期変位を与えた場合の応答をシミュレーションによって確認している．これらの研究の多くは，静的な動作では離散時間系で，動的な動作では連続時間系で運動方程式を立てている．

モデリングは，パラメータ同定とも密接に関わる問題である．柔軟指に用いる物質を選定する観点から，粘弾性体を定量的に評価する研究がなされている．Shimoga らは，ロボット指の指先に使用することを前提に，粘弾性体を，(1) 衝撃力の軽減，(2) なじみ，(3) ひずみエネルギーの消散性の 3 つの観点から比較検討している [27]．また，彼らは粘弾性体のモデルを構築し，実験的に検証している [28]．しかし，彼らは物体の位置決めに対して，物質の力学パラメータが系の安定性にどのような影響を与えるかについては触れていない．

### (3) 安定性

定式化によって得られた線形の運動方程式の漸近安定性を検証する古典的な方法として，根軌跡法がある．根軌跡とは与えられた制御系の一巡伝達関数について，そのゲイン定数を 0 から $\infty$ まで変化させた場合に特性根が複素平面上で描く軌跡である．安定であるための必要十分条件は，連続系では根が複素平面（s 平面）の左半平面のみに存在することである．また，離散系では根が複素平面（z 平面）の原点を中心とする単位円の中に存在することが，安定であるための必要十分条件となる．この方法を用いて，Eppinger らは，ロボットのベースや対象物体の剛性と粘性を考慮し，フィードバック制御系のゲインと安定性に関する検討を行っている [29]．この方法は，線形で得られた方程式であれば，根を計算することにのみ帰着できるということから，非常に簡便な方法ではあるが，方程式の次数が大きくなると，根の算出が困難になるという問題もある．同様の原理を用いて，特性根を直接求めるのではなく，特性方程式の係数の条件から安定性を判別する方法に，ラウス・フルビッツ法がある [30]．しかし，この方式においても方程式の次数が大きくなると，計算が複雑になるになることが多い．

微分方程式の安定性を証明する方法として，リアプノフの方法がある [30]．ある正定関数に対して，安定性を調べたい方程式の解に沿った時間微分を行い，その時間微分が準負定関数となる場合，その正定関数はリアプノフ関数であるという．リアプノフ関数を用いて，微分方程式の安定性が証明できる．これをリアプノフの意味で安定であるという．また，時間微分が負定関数となる場合には，微分方程式の漸近安定性が証明できる．リアプノフの意味で安定の場合に，システムが LaSalle の不変原理を満たす場合には，システムの漸近安定性が保証される．リアプノフ関数を体系的に構成する方法は確立されていないが，リアプノフ関数が正定関数になる必要性から，状態変数の 2 次形式や系のエネルギーとして選定されることが多い．また一般に，リアプノフ関数が構成できないからといって系が不安定であるとはいえない．遠藤らは，2 リンク柔軟アームの定置制御に関して，関節の変位，速度のフィードバックにアームの根元で測定した歪を加えた制御則がリアプノフの意味で安定となることを示した [19]．またこの論文では，LaSalle の不変原理からシステムの漸近安定性を導いている．線形システムの場合に

はリアプノフ関数はリアプノフ方程式の解として表現される．この手法によって導かれたリアプノフ関数は，ラウス・フルビッツの方法から導かれた結果と等価となる [30].

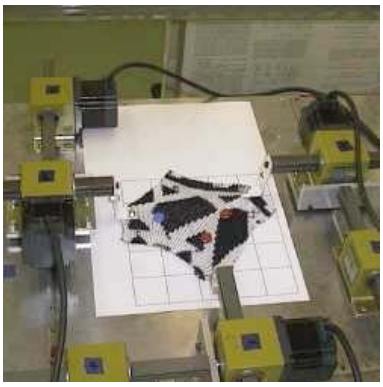
現代制御における，安定性の検証方法の一つにシステムの可制御性および可観測性がある [31]．制御するシステムの状態空間モデルが可制御であれば，状態フィードバック制御を行うことで，システムを漸近安定化できることが知られている．また，制御するシステムの状態空間モデルが可観測であれば，状態観測器 (オブザーバ) を用いて状態量を推定することが可能であり，この推定された状態量を用いて状態フィードバック制御を行うことが可能となる．一般に入力としては，入力トルクが用いられる．吉川らは，対象物体のダイナミクスを考慮した動的ハイブリッド制御において，可制御・可観測条件を導き，その条件が対象物体のダイナミクスのみに依存することを指摘した [32].

ロボットの運動方程式には，遠心力・コリオリ力など非線形の特性を示す項を有するものが多く存在する．また，柔軟体そのものも非線形特性を示すことが多い．そこで，マニピュレータおよびシステムが持つこれらの非線形特性を踏まえた上で，制御系を構成し，安定性を議論しようという考え方のひとつに受動性がある [33]．一般にロボットの運動方程式および線形機械システムの運動方程式は，操作点（シリアルリンクロボットでは関節）への入力トルクを入力，速度を出力とすると，受動性が成り立つことが知られている [34]．システムの受動性が保証されると，その漸近安定化の方法としてポテンシャルの改造と強正実要素による直結フィードバックが利用できる．すなわち，すべてのアクチュエータに対してそれぞれのアクチュエータの状態変数を用いて PD 要素の駆動力を与えると，それぞれのアクチュエータはそれぞれの目標量に漸近安定となることが知られている．Arimoto らはこの考え方を，指先に弾性体と仮定した柔軟体を有する 2 指ハンドを用いた物体のピンチング動作の実現に応用した [12, 13, 14]. これらの報告では，受動性解析を基にセンソリーフィードバックの考え方から，安定把持を実現しながら物体の位置と角度を同時に制御する制御則を提案している．また，大須賀らは，完全な形の運動方程式ではないものの，関節と関節の間がフレキシブルリンクで結合されている柔軟マニピュレータに関して受動性が成り立つことを証明し，ポテンシャルの改造と強正実要素による直結フィードバックを利用することで定置制御が可能であることを示した [35]．この論文では，受動性がアームの物理パラメータの変動に対してロバストであること，すなわち，系の構造が変化しなければ構成要素の物理パラメータおよび制御則のゲインチューニングによらず受動性が成立するということが指摘されている．この考え方は，受動性の定義に基づいている．

(a) Grasping by soft-fingered hand

(b) Grasping by human hand

(c) Deformable Object Manipulation



(d) Indirect simultaneous positioning

Fig. 1.1: Dynamic object manipulation through soft interface

## 1.3　ソフトインターフェースを介した動的な物体操作

本論文では，柔軟体を含む系の動的な物体操作について，柔軟体特有の問題を明確にし，その観点からの解析を試みる．その典型例として，剛体マニピュレータと対象物の間に粘弾性体が存在する物体操作を，ソフトインターフェースを介した動的な物体操作と名付け，その特徴を明らかにする．そこで，本節ではソフトインターフェースを介した物体操作の典型例を挙げ，問題点を明確にする．

### 1.3.1　典型例

Fig.1.1 に，ソフトインターフェースを介した動的な物体操作の典型例を示す．(a) 剛体ロボットハンドの指先に柔軟体を配置した物体把持，(b) 人間の指に代表される生体材料による物体把持，(c) 剛体ロボットハンドによる柔軟体の把持・操作，(d) 布地の位置決め作業に代表される間接同時位置決め問題などが挙げられる．このように，柔軟体の操作では，剛体マニピュレータと対象物の間に粘弾性体が存在する物体操作が非常に多い．

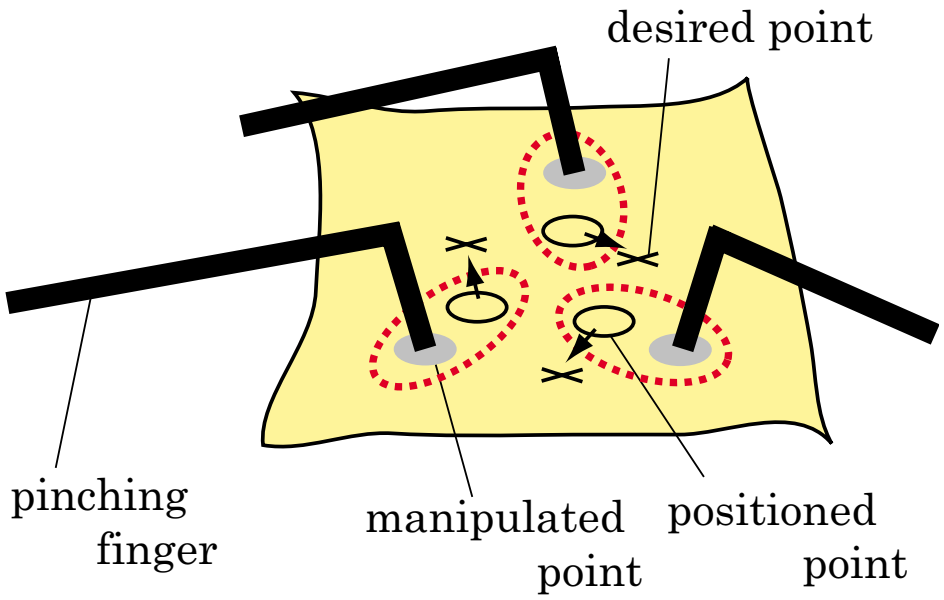



Fig. 1.2: Indirect simultaneous positioning of a deformable object

### 1.3.2 問題点

Fig.1.2 に，ソフトインターフェースを介した動的な物体操作の例として，2 次元平面状の柔軟体の間接同時位置決めの概要を示す．間接同時位置決め問題は和田らによって提案された [17]．彼らは靴下の縫製を題材に，布地の複数の編み目の位置を合わせるという作業を実現している．この作業は，複数の点を同時に位置決めする必要があり，その位置決めすべき点を直接操作することができないという特徴を有している．また，彼らは，ハードウェアとしてステッピングモータを用いており，柔軟体に位置の入力を与えている．通常，位置決め制御では Fig.1.3-(a) に示されるように入力に力を用いることが一般的であるが，制御対象が柔軟体であるために，Fig.1.3-(b) に示されるように制御入力として位置を用いても力学的に矛盾しない．これら「位置決め点を直接操作できない制御がある」および「入力として力だけでなく，位置を与えることが可能である」という特徴は，制御対象が柔軟物である場合に特有の特徴である．和田らは，柔軟物の持つこれらの特徴を生かして布地の間接同時位置決めを実現している．さらに和田らは，位置決め点の情報を一番近い操作点のみにフィードバックするという制御則を構築し，布地の間接同時位置決めを実現した．すなわち，ここでは多入力多出力系の制御を複数の一入力一出力系の集合として考えている．物体の変形特性は非線形で一様でない場合がほとんであるので，モデルを導くことが困難であり，柔軟体の位置決め問題を考える際には，多入力多出力系として制御則を導くより，一入力一出力系の集合として個々に制御則を構成し，全体として作業を実現させるというアプローチが有望と思われる．和田らの実験結果は，複数点の位置決め問題に対して，操作点に一番近い位置決め点の情報をフィードバックする制御則が有効であることを示唆しているが，安定性に関する理論的な解明はなされていない．

Fig.1.4 に，関節同時位置決めを行うシステムを例に，ソフトインターフェースを介した物体操作を行うシステム図を示す．一般に，フィードバック制御を行う場合，コントローラとして，デジタルコントローラが使われる．すなわち，ソフトインターフェースを介した動的制御

では，Fig.1.4 に示されるように，制御系は離散系，粘弾性体を含む対象物は連続系として表現される．したがって，ソフトインターフェースを介した動的な物体操作は連続離散時間系で表現される．この「連続離散時間系で表現される」という特徴は，柔軟体を有する動的な物体操作に特有の特徴であるが，この観点から定式化・解析を行った研究は見受けられない．

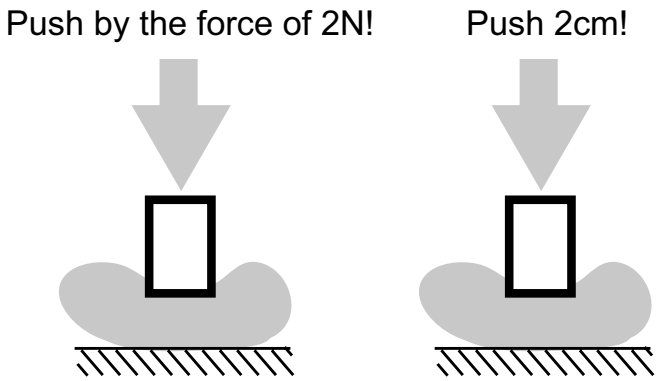



Fig. 1.3: Classification of control inputs

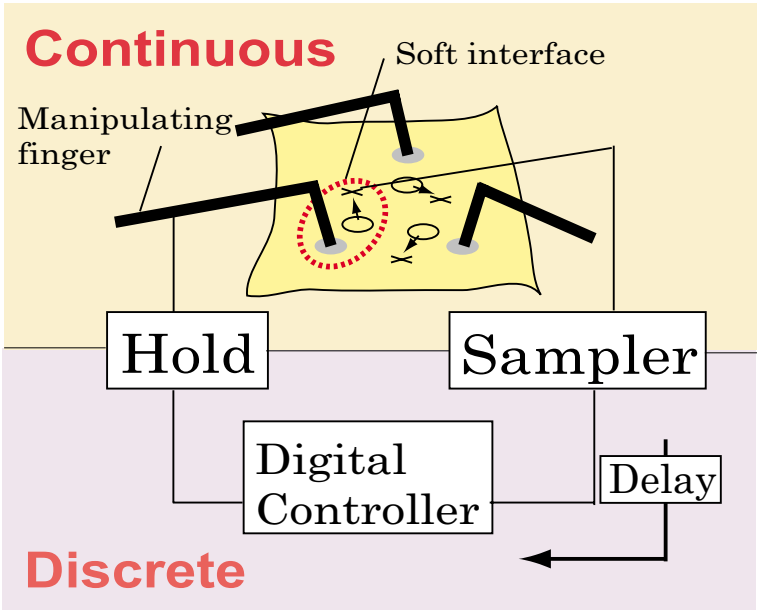



Fig. 1.4: System of indirect simultaneous positioning

## 1.4 本研究のアプローチ

本論文では，柔軟体の動的な物体操作の典型例である，剛体マニピュレータと対象物の間に粘弾性体が存在する物体操作を，ソフトインターフェースを介した動的な物体操作と名付け，その特徴を明らかにすることを目的とする．

前節において，ソフトインターフェースを介した動的な物体操作では，扱う対象が柔軟体であるために，制御入力として力だけでなく，位置を用いても力学的に矛盾しないことを指摘した．また，位置決め作業の場合に，剛体系と異なり，複数を位置決め点を同時に制御することが可能であり，位置決め点を直接操作できない作業があることを確認した．しかし，これら柔軟体の特徴を生かした制御に関して，系統的に安定性を解析した研究は見受けられない．そこで本研究では，位置決め作業において，どのような制御則が有効であるかについてを安定性の面から検証する．ここでは，複数点の同時制御を一入力一出力系の集合として取り扱う．制御則としては，物理パラメータに依存しない制御則を考える．

また，前節において，ソフトインターフェースを介して動的に物体操作をする場合，そのシステムは一般に連続離散時間系で表現されることを指摘した．そこで，本研究では連続離散時間系による定式化を試み，柔軟物体の物理パラメータが制御系にどのような影響を与えるかについて検証する．連続離散時間系の定式化には，拡張 z 変換の考え方を用いる．この定式化によって得られた運動方程式は，連続時間を考慮した漸化式となる．そこで本論文では，状態遷移行列のスペクトル半径から安定性を評価する．特に，対象となる物質の選定，および使用する機器の選定を視野に入れて，最大制御周期の観点から安定性を評価する．

本研究では，以上のようなアプローチから研究を進める．

## 1.5　本論文の構成

本論文は全 5 章から構成される．以下に，本論文の構成を示す．まず，本章の問題点を踏まえて，第 2 章において，ソフトインターフェースを介した動的な物体操作の典型例のひとつである，粘弾性体の位置と変形の同時制御問題について，どのような制御入力が有効であるについて検証する．扱う物体が柔軟であるために，制御入力として，力だけでなく位置を用いることができる．また，複数点の位置決めを一入力一出力系の集合として考えるために，制御入力をどの位置決め点の情報から生成するかについて，複数の対応関係が考えられる．この章では，これらの点について安定性の解析を行う．

第 3 章では，ソフトインターフェースを介した動的な物体操作の連続離散時間系からの安定性解析について述べる．ソフトインターフェースを介した動的な物体操作は一般に，連続離散時間系で表現される．本研究では，連続離散時間系のシステムを扱う手法として拡張 z 変換を用いる．また，従来の z 変換に基づいた安定性解析との比較を行うことにより，拡張 z 変換を用いた定式化の有用性を示す．

第 4 章では，第 3 章を踏まえ，連続離散時間系で表現されるシステムについて，信号遅れを考慮した安定性解析を行う．第 3 章で提案した拡張 z 変換に基づいた定式化が，システムの信号遅れを考慮したシステムの解析に対しても，有用であることを示す．

最後に，第 5 章にて本研究の結論を述べる．

## 1.6　本論文で用いる記号

本節では，本論文で用いる記号を表にまとめる．第 2 章にて用いる記号を Table 1.1 に，第 3 章にて用いる記号を Table 1.2 に，第 4 章にて用いる記号を Table 1.3 に示す．

Table 1.1: Nomenclature of Chapter 2

| Symbol | Explanation |
|---|---|
| $P_i$ | The $i$-th mass point |
| $m_i$ | Mass value of the $i$-th mass points |
| $k_{ij}$ | Elastic coefficient between the $i$-th and $j$-th mass points |
| $b_{ij}$ | Viscous coefficient between the $i$-th and $j$-th mass points |
| $L_{ij}$ | Natural length between the $i$-th and $j$-th mass points |
| $x_i$ | Position of the $i$-th mass point |
| $v_i$ | Velocity of the $i$-th mass point |
| $x_i^d$ | Desired point for the $i$-th positioned point |
| $f_i^{drive}$ | Driving force for the $i$-th manipulated point |
| $K_P^i$ | Proportional gain for the $i$-th manipulated point |
| $K_V^i$ | Derivative gain for the $i$-th manipulated point |
| $K_I^i$ | Integral gain for the $i$-th manipulated point |
| $m^{'}, M, M^{'}$ | Mass value of soft interface |
| $k, k^{'}, \hat{k}$ | Elastic coefficient of soft interface |
| $b, b^{'}, \hat{b}$ | Viscous coefficient of soft interface |
| $K_P^{'}$ | Proportional gain |
| $K_V^{'}$ | Derivative gain |
| $K_I^{'}$ | Integral gain |
| $s_i$ | Integral element |
| $\boldsymbol{X_i}, \boldsymbol{Y_i}$ | State variables |
| $\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B}$ | Coefficient matrix |
| $\boldsymbol{u}_i$, $\boldsymbol{u}_i^{'}$ | Constant vectors |
| $\boldsymbol{I}$ | Unit matrix |
| $K$ | Fraction of elastic coefficient and mass value |
| $B$ | Fraction of viscous coefficient and mass value |
| $K_P$ | Fraction of proportion gain and mass value |
| $K_V$ | Fraction of derivative gain and mass value |
| $K_I$ | Fraction of integral gain and mass value |
| $\lambda$ | Eigenvalue |
| $p_i, q_i$ | Positive constant |

Table 1.2: Nomenclature of Chapter 3

| Symbol | Explanation |
|---|---|
| $m$ | Mass value of mass points |
| $x$ | Position of mass point |
| $v$ | Velocity of mass point |
| $f$ | Force generated by deformation of soft interface |
| $f^{drive}$ | Driving force for manipulated point |
| $F_d$ | Desired force in force control |
| $K_f$ | Force feedback gain |
| $\hat{f}(t)$ | Measured force at time $t$ by sensor |
| $T$ | Sampling time of system |
| $n$ | Sampling number |
| $K$ | Fraction of elastic coefficient and mass value |
| $B$ | Fraction of viscous coefficient and mass value |
| $F$ | Fraction of desired force and mass value |
| $x_n$ | Position of mass point at time $nT$ |
| $v_n$ | Velocity of mass point at time $nT$ |
| $\boldsymbol{X}$ | State variables |
| $\boldsymbol{x}_n$ | State variables at time $nT$ |
| $\boldsymbol{A}$ | Coefficient matrix |
| $\boldsymbol{I}$ | Unit matrix |
| $\boldsymbol{u}$ | Constant vector |
| $\boldsymbol{P}$ | State transition matrix |
| $\boldsymbol{x}_*$ | Steady points |
| $\lambda$ | Eigenvalue |
| $\rho$ | Spectrum radius |
| $T_{max}$ | Maximum sampling time stabilizing system |
| $\boldsymbol{Q}, \boldsymbol{W}$ | Matrix |
| $\boldsymbol{R}$ | Transfer function |
| $M_{VDF}$ | Mass value of variable dynamics fingertip |
| $\omega_n$ | Natural frequency of variable dynamics fingertip |
| $\zeta$ | Attenuation coefficient of variable dynamics fingertip |

Table 1.3: Nomenclature of Chapter 4

| Symbol | Explanation |
|---|---|
| $\Delta h$ | Capturing time of CCD camera |
| $\Delta e$ | Image processing time |
| $\Delta c$ | Sampling time of actuator |
| $\Delta v$ | Sampling time of feedback signal |
| $d$ | Number of delay |
| $\boldsymbol{X}$ | State variables |
| $n$ | Sampling number |
| $T$ | Sampling time |
| $\boldsymbol{x}_n$ | State variables at time $nT$ |
| $\boldsymbol{u}$ | Constant vector |
| $\boldsymbol{C}$ | Coefficient matrix |
| $\boldsymbol{q}$ | Constant vector |
| $\boldsymbol{x}_*$ | Steady points |
| $\boldsymbol{P}$ | State transition matrix |
| $\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}$ | Matrix |
| $\boldsymbol{I}$ | Unit matrix |
| $T_{max}$ | Maximum sampling time stabilizing system |
| $\boldsymbol{V}$, $\boldsymbol{W}$ | Matrix |
| $m$ | Mass value of mass points |
| $x$ | Position of mass point |
| $v$ | Velocity of mass point |
| $F_d$ | Desired force in force control |
| $K_f$ | Force feedback gain |
| $\hat{f}(t)$ | Measured force at time $t$ by sensor |
| $K$ | Fraction of elastic coefficient and mass value |
| $B$ | Fraction of viscous coefficient and mass value |
| $\lambda$ | Eigenvalue |

# 第2章　粘弾性体の位置と変形の同時制御

## 2.1　緒言

近年，柔軟体の操作に関する研究が盛んになっている [16]．柔軟体操作では，操作過程で対象物が変形する．そのため，操作過程で生じる変形に対してセンサフィードバックにより適応的に操作を進める方策が提唱されてきた [18]．柔軟体の操作においては，柔軟体の変形のみならず柔軟体の運動が生じる．たとえば，人が服を着る場合，人は服を変形させながら袖を移動させ，袖を腕に通す．このように柔軟体の操作では，運動と変形が同時に生じる点に特徴がある．したがって柔軟体の操作は，柔軟体の位置と変形を同時に制御する過程とみなすことができる．本章では，柔軟体の位置と変形の同時制御を制御系の安定性の観点から解析し，柔軟体の力学パラメータが位置と変形の同時制御の安定性に与える影響を系統的に分析する．

小野らは，折れ重なった布生地の輪郭情報を画像処理を用いて検出し，ロボットハンドで布のコーナーエッジをつまみあげ，展開するシステムを構築した [18]．若松らは結びおよび解き操作を含めた線状物体のマニピュレーションを定性的に計画する手法を提案し，ロボットハンドを用いて線状物体の結びを解く作業を実現した [36]．これらの研究では，対象物体の力学パラメータは考慮されていない．

柔軟物の粘弾性特性を考慮した研究として，環境の動特性を考慮した接触制御が挙げられる．Eppinger らは，ロボットのベースや対象物体の剛性と粘性を考慮し，フィードバック制御系のゲインと安定性に関する検討を行っている [29]．吉川らは，対象物体のダイナミクスを考慮した動的ハイブリッド制御において，可制御可観測条件を導き，その条件が対象物体のダイナミクスのみに依存することを指摘している [32]．しかし，以上の解析では粘弾性体の一端が固定されており，自由空間内を移動する物体は対象としていない．

柔軟指に用いる物質を選定する観点から，粘弾性体を定量的に評価する研究がなされている．Shimoga らは，ロボット指の指先に使用することを前提に，粘弾性体を，(1) 衝撃力の軽減，(2) なじみ，(3) ひずみエネルギーの消散性の 3 つの観点から比較検討している [27]．また，彼らは粘弾性体のモデルを構築し，実験的に検証している [28]．しかし，彼らは物体の位置決めに対して，物質の力学パラメータが系の安定性にどのような影響を与えるかについては触れていない．

柔軟体の自由空間内の運動を扱う研究が報告されている．Meer らは，柔軟体を把持するためにインピーダンス制御を用いた [21]．しかし，この研究では柔軟体の粘性および質量が考慮されていない．Howard らは，2 本のロボットアームで粘弾性体を繰り返しつまみあげることにより，最小把持力を計測し，その結果から物体の粘弾性特性を同定した [22]．彼らは，定式化において粘弾性体の質量を考慮している．しかし，粘弾性体の自由空間内における位置決め問題に対して，粘性や質量等の力学パラメータが系の安定性にどのような影響を与えるかは解析していない．また，粘弾性特性を含むシステムを自由空間内で運動させる研究として，柔

軟指ロボットハンドによる動的なピンチング動作に関する研究がある．Arimoto らは，指先に弾性体と仮定した柔軟体を有する 2 指ハンドを用いて，剛体のピンチング動作を実現している [12]．これらの報告では，受動性解析を基にセンソリーフィードバックの考え方から，安定把持を実現しながら物体の位置と角度を同時に制御する制御則を提案している．また，長瀬らは，文献 [12] で用いられた，弾性体の動径方向の圧縮変形によって指先力が発生するという仮定に加え，回転方向の圧縮変形によっても指先力が発生するとして，柔軟指による把持の解析と実験を行った [15]．しかし，これらの研究では，把持物体の位置決め問題に対し，指先の粘弾性特性，特に粘性が系の安定性にどのような影響を与えるかについては触れられていない．

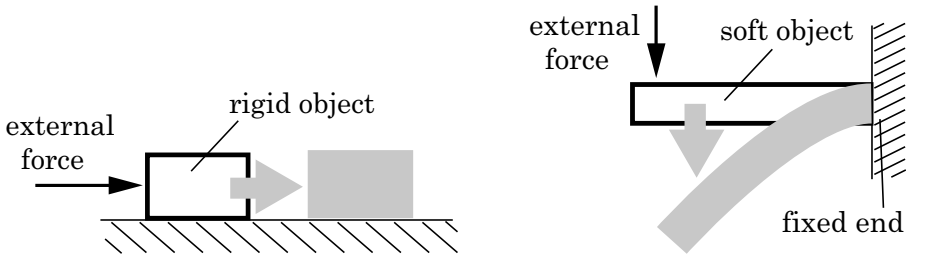
柔軟物操作に特有の特徴を利用して柔軟体のハンドリングを実現する研究がある．和田らは，PID 制御を用いて 2 次元平面状の伸縮柔軟体の間接同時位置決めを行った [17]．彼らは靴下の縫製を題材に，布地の複数の編み目の位置を合わせるという作業を実現している．この作業は，複数の点を同時に位置決めする必要があり，その位置決めすべき点を直接操作することができないという特徴を有している．また，彼らは，ハードウェアとしてステッピングモータを用いており，柔軟体に位置の入力を与えている．通常，位置決め制御では入力に力を用いることが一般的であるが，制御対象が柔軟体であるために，制御入力として位置を用いても力学的に矛盾しない．これら「位置決め点を直接操作できない制御がある」および「入力として力だけでなく，位置を与えることが可能である」という特徴は，制御対象が柔軟物である場合に特有の特徴である．和田らは，柔軟物の持つこれらの特徴を生かして布地の間接同時位置決めを実現しているが，その理論的背景は解明されていない．さらに和田らは，位置決め点の情報を一番近い操作点のみにフィードバックするという制御則を構築し，布地の間接同時位置決めを実現した [17]．すなわち，ここでは多入力多出力系の制御を複数の一入力一出力系の集合として考えている．物体の変形特性は非線形で一様でない場合がほとんであるので，モデルを導くことが困難であり，柔軟体の位置決め問題を考える際には，多入力多出力系として制御則を導くより，一入力一出力系の集合として個々に制御則を構成し，全体として作業を実現させるというアプローチが有望と思われる．和田らの実験結果は，複数点の位置決め問題に対して，操作点に一番近い位置決め点の情報をフィードバックする制御則が有効であることを示唆しているが，理論的な解明は成されていない．

以上のように，柔軟体を有する系の制御に関して，多くの研究が報告されている．しかし，柔軟体の変形を伴う自由空間内の位置決め問題に対して，その力学パラメータが系の安定性にどのような影響を与えるかについて言及している研究は見受けられない．そこで，本論文では，柔軟体の位置と変形を同時に制御する場合に，単純なフィードバック制御を用いてどの程度制御可能かを系統的に明らかにする．ここで，柔軟体として粘弾性体を考え，その質量も考慮する．また，本章ではこの制御を粘弾性体の位置と変形の同時制御と呼ぶ．

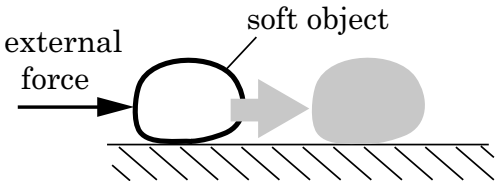
## 2.2 位置と変形の同時制御

### 2.2.1 柔軟体の位置と変形の記述

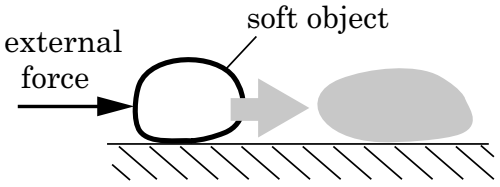
Fig.2.1-(a) に示すように剛体の操作は，対象物に力を作用させ対象物の位置決め点を制御する過程とみなすことができる．Fig.2.1-(b) に示すように柔軟体の変形制御は，空間内に一部固定された柔軟体に力を加え，対象物の変形を制御する過程とみなすことができる．Fig.2.1-(c) に示すように柔軟体の位置制御は，自由空間内を移動可能な柔軟体に力を加え，柔軟体の位置を制御する過程とみなすことができる．しかしながら，柔軟体の操作においては，柔軟体の変形のみならず柔軟体の運動が生じる．これは Fig.2.1-(d) に示すように，自由空間内を移動可能な柔軟体に力を加え，柔軟体の位置と変形を制御する過程とみなすことができる．




(a) Motion of a rigid object (b) Deformation of a soft object




(c) Motion of a soft object




(d) Motion and deformation of a soft object

Fig. 2.1: Object manipulation

剛体の運動は，空間座標系に対する物体座標系の並進変位ベクトルと回転行列で表すことができる．回転行列は，剛体の任意の二点間の距離が不変であるという剛体の定義に基づいており，柔軟体の位置の記述には適用できない．柔軟体の変形は，柔軟体を構成するすべての点の位置で表すことができる．無限個の点の位置を記述することは困難なので，柔軟体の変形を有限個の代表点の位置で近似する．近似の手法として，パーティクルベースモデリング [23] や有限要素法 [24] が挙げられる．柔軟体の自由空間内の位置と変形の両方を有限個の代表点の位置で表す．

本章では，柔軟体の位置変化と変形は一次元であると仮定する．本章では特に，Fig.2.2 に示す二点の同時位置決めを解析する．柔軟体上の二点により，運動の一自由度と変形の一自由度を記述する．さらに，一次元の柔軟体の両端を制御し，柔軟体上の二点を制御する．このように，Fig.2.2 に示す二点の同時位置決めは，柔軟体の位置と変形の同時制御の最も単純な例であり，同時制御の特徴を示すために適している．本章では，柔軟体上の二点が同時に目標位置に収束可能であることを，位置決め可能（positionable）であると表現する．また，位置決め点が目標値に収束しないが系として収束するものを安定可能（stable），系が収束しない場合を不安定（unstable）であると表現する．一般に，柔軟体の粘弾性特性は未知であり，ばらつきも大きく，特に粘性を推定することは困難である．したがって，粘弾性体の位置と変形の制御に対して，フィードフォワード制御を行うことは困難である．そこで本章では，制御則として PID 制御を用い，その特徴を明らかにする．また，柔軟体を扱うために，剛体の制御とは異なる入力の与え方が考えられる．まず，Fig.2.3 に示すように，操作点と位置決め点の対応関係を変更することができる．図に示される，(a) それぞれの操作点から一番近い位置決め点に対する位置・速度情報をフィードバックする制御，(b) それぞれの操作点から一番近い位置決め点以外の位置決め点に対する位置・速度情報をフィードバックする制御，が考えられる．本章では，前者を近点に対する制御，後者を遠点に対する制御と呼び，その違いを明らかにする．さらに，操作量を変更することもできる．(a) 力として与える場合，(b) 位置として与える場合，が考えられる．本章ではこの違いについて検証する．

柔軟体の位置と変形の定式化においてはパーティクルベースモデリングに従い，Fig.2.4 に示すように，位置決めする二点と制御する二つの端点に質量が集中していると仮定する．質点間の柔軟体を線形の粘弾性体と仮定し，Fig.2.4 のモデルでは，時刻 $t$ における点 $P_i$ の質量を $m_i$，位置を $x_i$，速度を $v_i$ で表す．ここで，質点の番号は，モデルの対称性を表すためである．この図において，点 $P_0$，$P_2$ は操作点，点 $P_1$，$P_3$ は位置決め点である．点 $P_i$ と $P_j$ を結ぶフォークトモデルの弾性係数を $k_{ij}$，粘性係数を $b_{ij}$，自然長を $L_{ij}$ で表す．これらの力学パラメータは時不変で正値とする．点 $P_i$ と $P_j$ を結ぶフォークトモデルにより，$P_i$ には力 $k_{ij}(x_j - x_i - L) + b_{ij}(v_j - v_i)$ が，$P_j$ には力 $-k_{ij}(x_j - x_i - L) - b_{ij}(v_j - v_i)$ が作用する．

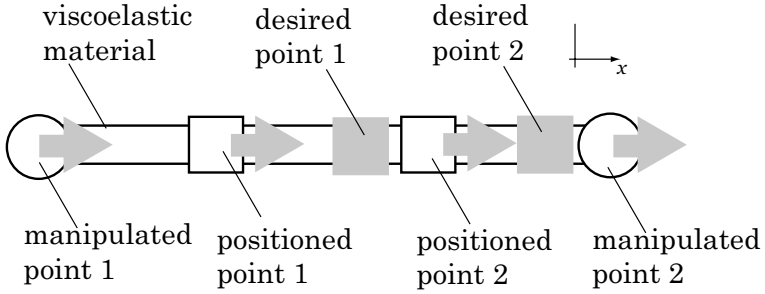
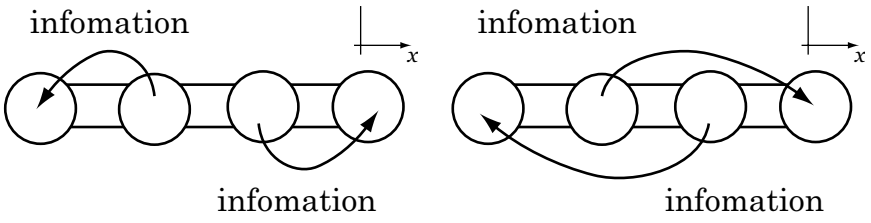



Fig. 2.2: One-dimensional simultaneous control of motion and deformation




(a) Nearest points (b) Non-nearest points

Fig. 2.3: Mapping between manipulated and positioned points

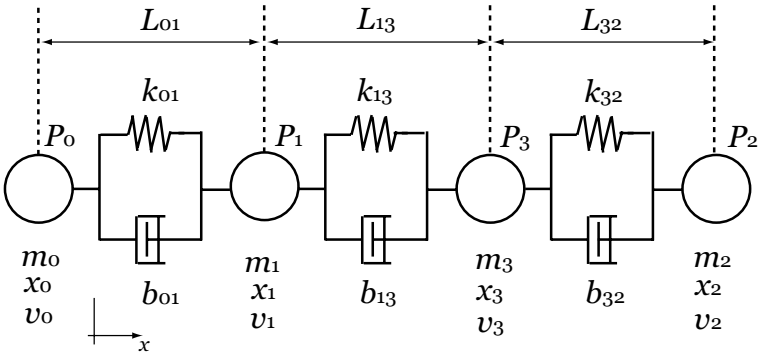



Fig. 2.4: Model of viscoelastic object

### 2.2.2 1 次元の同時制御の定式化

本節では，一次元の柔軟体に対する二点の同時位置決めを定式化する．近点に対する PID 制御で力を操作量とする場合を定式化するが，他の制御則も同様に定式化できる．位置決め点 $P_1$，$P_3$ に対する目標位置を $x_i^d\ (i = 1, 3)$ とする．この値は時不変の定数である．時刻 $t$ における, 操作点および位置決め点の運動方程式は,

$$\begin{cases} m_0\dot{v_0} = k_{01}(x_1 - x_0 - L) + b_{01}(v_1 - v_0) + f_0^{drive} \\ m_1\dot{v_1} = -k_{01}(x_1 - x_0 - L) - b_{01}(v_1 - v_0) \\ \qquad\qquad +k_{13}(x_3 - x_1 - L) + b_{13}(v_3 - v_1) \\ m_3\dot{v_3} = -k_{13}(x_3 - x_1 - L) - b_{13}(v_3 - v_1) \\ \qquad\qquad +k_{32}(x_2 - x_3 - L) + b_{32}(v_2 - v_3) \\ m_2\dot{v_2} = -k_{32}(x_2 - x_3 - L) - b_{32}(v_2 - v_3) + f_2^{drive} \end{cases} \tag{2.1}$$

と表現される．ここで，$f_i^{drive}\,(i=0,2)$ は操作点 $P_0$，$P_2$ に入力する駆動力である．位置，速度，積分ゲインをそれぞれ，$K_P^i$，$K_V^i$，$K_I^i\,(i=0,\,2)$ とすると，駆動力は以下の式で表現される．

$$\begin{cases} f_0^{drive} = -K_P^0(x_1 - x_1^d) - K_V^0 v_1 \\ \qquad\qquad\qquad -K_I^0 \displaystyle\int_0^t (x_1 - x_1^d)\,\mathrm{d}t, \\ f_2^{drive} = -K_P^2(x_3 - x_3^d) - K_V^2 v_3 \\ \qquad\qquad\qquad -K_I^2 \displaystyle\int_0^t (x_3 - x_3^d)\,\mathrm{d}t. \end{cases} \tag{2.2}$$

ただし，これらのゲインは時不変の正数とする．ここで，簡単化のため，対称性を仮定する．すなわち，$k_{01} = k_{32} = k^{'}$，$b_{01} = b_{32} = b^{'}$，$k_{13} = \hat{k}$，$b_{13} = \hat{b}$，$m_0 = m_2 = m^{'}$，$m_1 = m_3 = M$，$K_P^0 = K_P^2 = K_P^{'}$，$K_V^0 = K_V^2 = K_V^{'}$，$K_I^0 = K_I^2 = K_I^{'}$ とする．また，$s_1 = \int_0^t (x_1 - x_1^d)\,\mathrm{d}t$，$s_3 = \int_0^t (x_3 - x_3^d)\,\mathrm{d}t$ を導入する．状態変数 $\boldsymbol{X_1} = [x_0\ v_0\ x_1\ v_1\ s_1]^{\mathrm{t}}$，$\boldsymbol{X_2} = [x_2\ v_2\ x_3\ v_3\ s_3]^{\mathrm{t}}$ を用いると，式 (2.1) は行列表現で，

$$\begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{X}}_1 \\ \dot{\boldsymbol{X}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A} & \boldsymbol{B} \\ \boldsymbol{B} & \boldsymbol{A} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{X}_1 \\ \boldsymbol{X}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{u}_1 \\ \boldsymbol{u}_2 \end{bmatrix} \tag{2.3}$$

と表される．ここで，$\boldsymbol{u}_1$，$\boldsymbol{u}_2$ は定数ベクトルである．また，行列 $\boldsymbol{A}$，$\boldsymbol{B}$ は次のように定義される．

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\dfrac{k^{'}}{m^{'}} & -\dfrac{b^{'}}{m^{'}} & \dfrac{k^{'}}{m^{'}} - \dfrac{K_P^{'}}{m^{'}} & \dfrac{b^{'}}{m^{'}} - \dfrac{K_V^{'}}{m^{'}} & -\dfrac{K_I^{'}}{m^{'}} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \dfrac{k^{'}}{M} & \dfrac{b^{'}}{M} & -\dfrac{k^{'}}{M} - \dfrac{\hat{k}}{M} & -\dfrac{b^{'}}{M} - \dfrac{\hat{b}}{M} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dfrac{\hat{k}}{M} & \dfrac{\hat{b}}{M} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

### 2.2.3 1 次元の同時制御の安定性

本節では，前節で求めた式に基づいて 1 次元の同時制御の安定性を解析する．式 (2.3) より，このシステムの安定性は係数行列のすべての固有値が複素平面上の左半平面に存在するかどうかに帰着される．定数行列 $\boldsymbol{u}_1$，$\boldsymbol{u}_2$ はシステムの安定性に影響しない．ここで，次の変数 $\boldsymbol{Y}_1$，$\boldsymbol{Y}_2$ を導入する．

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{X}_1 \\ \boldsymbol{X}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{I} & \boldsymbol{I} \\ \boldsymbol{I} & -\boldsymbol{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{Y}_1 \\ \boldsymbol{Y}_2 \end{bmatrix}. \tag{2.4}$$

ただし，$\boldsymbol{Y}_1$，$\boldsymbol{Y}_2$ は $\boldsymbol{X}_1$，$\boldsymbol{X}_2$ と同じ大きさの列ベクトル，$\boldsymbol{I}$ は単位行列である．式 (2.4) を用いて式 (2.3) は次のようにブロック対角化できる．

$$\begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{Y}}_1 \\ \dot{\boldsymbol{Y}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}+\boldsymbol{B} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{A}-\boldsymbol{B} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{Y}_1 \\ \boldsymbol{Y}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{u}_1^{'} \\ \boldsymbol{u}_2^{'} \end{bmatrix}. \tag{2.5}$$

ここで，$\boldsymbol{u}_1^{'}$，$\boldsymbol{u}_2^{'}$ は定数ベクトルである．式 (2.5) から, 式 (2.1) の安定性は行列 $\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}$ および $\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B}$ のすべての固有値が複素平面上に左半平面に存在するかどうかに帰着される．定数行列 $\boldsymbol{u}_1^{'}$，$\boldsymbol{u}_2^{'}$ はシステムの安定性に影響しない．簡単のために，$k^{'}=\hat{k}$，$b^{'}=\hat{b}$，$m^{'}=M^{'}$ であると仮定し，$k^{'}/m^{'}$ を $K$，$b^{'}/m^{'}$ を $B$ とおく．さらに，$K_P^{'}/m^{'}$ を $K_P$，$K_V^{'}/m^{'}$ を $K_V$，$K_I^{'}/m^{'}$ を $K_I$ とおく．固有値を $\lambda$ で表すと，$\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}$ の特性方程式は以下のように表される．

$$\begin{aligned} &\lambda^5 + 2B\lambda^4 + (BK_V + 2K)\lambda^3 + (BK_P + KK_V)\lambda^2 \\ &\quad +(KK_P + BK_I)\lambda + KK_I = 0. \end{aligned} \tag{2.6}$$

また同様に，$\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B}$ の特性方程式は以下のように表される．

$$\begin{aligned} &\lambda^5 + 4B\lambda^4 + (2B^2 + BK_V + 4K)\lambda^3 \\ &\quad +(4BK + BK_P + KK_V)\lambda^2 \\ &\quad +(BK_I + 2K^2 + KK_P)\lambda + KK_I = 0. \end{aligned} \tag{2.7}$$

このシステムが安定であるための必要十分条件は，式 (2.6) および式 (2.7) が，ラウス・フルビッツ条件を満たすことである．

## 2.3　制御目標および境界条件の違いによる比較

本節では，前章で得た結果に基づいて安定性を解析する．粘弾性体の位置と変形の同時制御の特徴を明らかにするために，Fig.2.5 に示される，剛体に対する位置制御，固定端を有する粘弾性体に対する変形制御および自由空間内を運動する柔軟体の位置制御と比較する．比較する運動方程式として，剛体の位置制御は，$m_0\ddot{x}_0 = f^{drive}$ を，固定端を有する柔軟体の変形制御は，$m_0\ddot{x}_0 = -kx_0 - b\dot{x}_0 + f^{drive}$ を用いる．ここで，$k$，$b$ は柔軟体の弾性係数および粘性係数である．自由空間内を運動する粘弾性体の位置制御は，$m_0\ddot{x}_0 = -k_{01}x_0 - b_{01}\dot{x}_0 + f^{drive}$，$m_1\ddot{x}_1 = k_{01}x_1 + b_{01}\dot{x}_1$ を用いる．

ここで，柔軟体の位置と変形の同時制御を表すモデルとして，Fig.2.6 のような三質点モデルが考えられる．

このモデルを用いて，$m_0$，$m_2$ を操作することで，$m_1$ の位置（柔軟体の位置）および粘弾性体が発生する力（柔軟体の変形）を制御することができる．しかし，操作点 $m_0$，$m_1$ はロボットフィンガーなどのマニピュレーターを想定しており，柔軟体を構成する点ではない．柔軟体を構成するすべての点の位置で柔軟体の位置と変形を表すためには，本章で用いている四質点モデルが最小であると考えられる．したがって，本章では柔軟体と位置と変形の同時制御を表現するために，Fig.2.5-(d) に示される四質点モデルを用いて評価する．

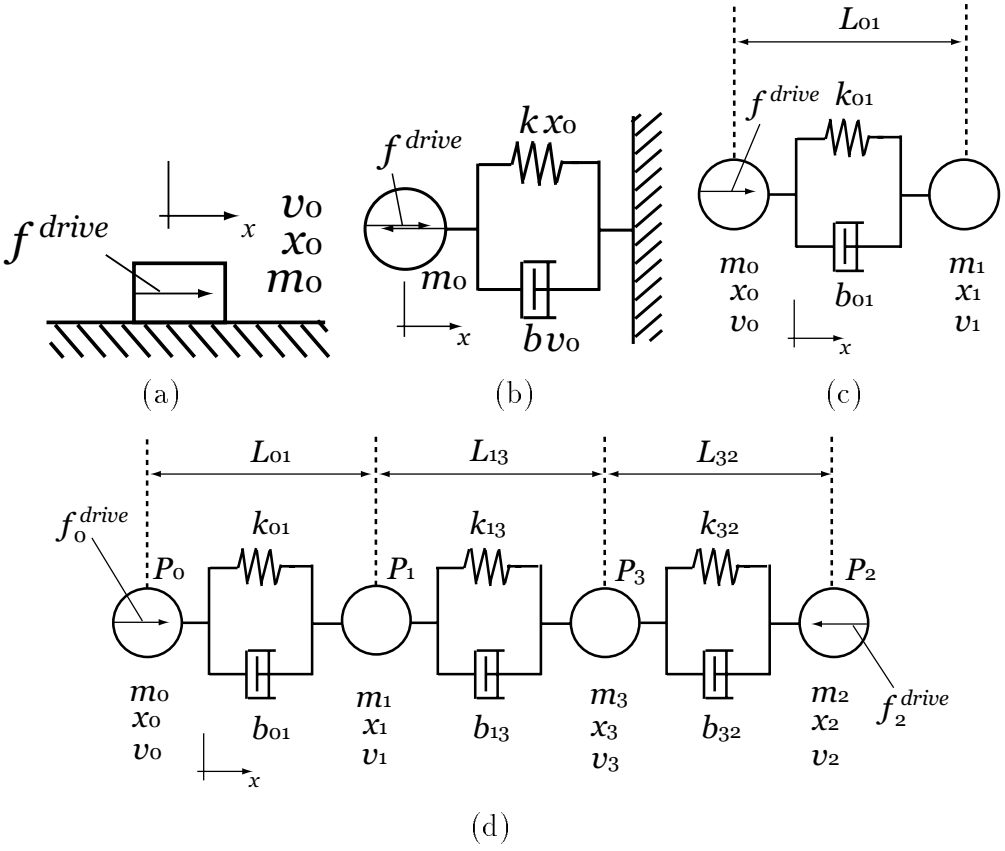



Fig. 2.5: Model of object manipulation

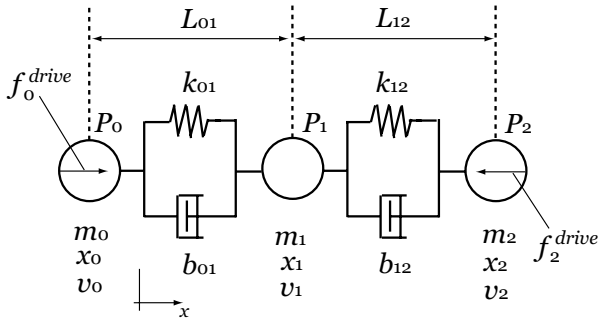



Fig. 2.6: Model of three masses viscoelastic object in free space

Table 2.1: Positionability depending on manipulated objects, boundary conditions, and control laws

| | Rigid | Viscoelastic | | |
|---|---|---|---|---|
| | (a) | (b) | (c) | (d) |
| P-only | × | △ | × | × |
| D-only | △ | △ | △ | △ |
| I-only | × | ◯ | × | × |
| PD | △ | △ | ◯ | △ |
| PID | ◯ | ◯ | ◯ | ◯ |

Table 2.1 に，安定性に関する比較を示す．表では，P 制御，D 制御，I 制御，PD 制御，PID 制御を比較した．操作点と位置決め点の対応関係は近点を用いた．操作量は力を用いた．Fig.2.5-(a)，(b) に示す制御では，操作点のマスと位置決め点のマスは同一のものであるとする．この表において，× 印は，その制御では系が不安定になることを示している．△ 印は，適切にゲインを設定すれば，その制御を用いて系が安定可能であることを示している．◯ 印は，適切にゲインを設定すれば，その制御を用いて系が位置決め可能であることを示している．表の (a) は剛体の位置制御，(b) は粘弾性体の変形制御，(c) は粘弾性体の位置制御，(d) は粘弾性体の位置と変形の同時制御における結果を示しており，Fig.2.1 の分類と対応している．

表に示されるように，粘弾性体の位置と変形の同時制御では，操作量に力，操作点と位置決め点の対応関係に近点を用いる場合，D 制御，PD 制御，PID 制御が安定となる．これは，従来の粘弾性体の位置制御，変形制御とは異なる結果である．

粘弾性体の運動と変形の同時制御の安定性を，式 (2.6)，(2.7) に基づいて解析する．式 (2.6)，(2.7) に $K_V = 0$，$K_I = 0$ を代入することで，P 制御を用いる場合の安定性を検証できる．このとき，ラウス・フルビッツ条件を満たさない．したがって，操作量に力を用いる場合，P 制御だけでは，このシステムは安定とならない．これは，次のように解釈することができる．柔軟体の持つ粘弾性特性のために，変形が収束すると仮定する．変形が終了した状態では，操作点を含めた粘弾性体は，ひとつの剛体とみなすことができる．剛体の移動は，操作量に力を用いる場合，P 制御では安定とならない．したがって，粘弾性体の運動と変形の同時制御では，操作量に力を用いる場合，P 制御では安定とならない．また，式 (2.6)，(2.7) に，$K_P = 0$，$K_V = 0$

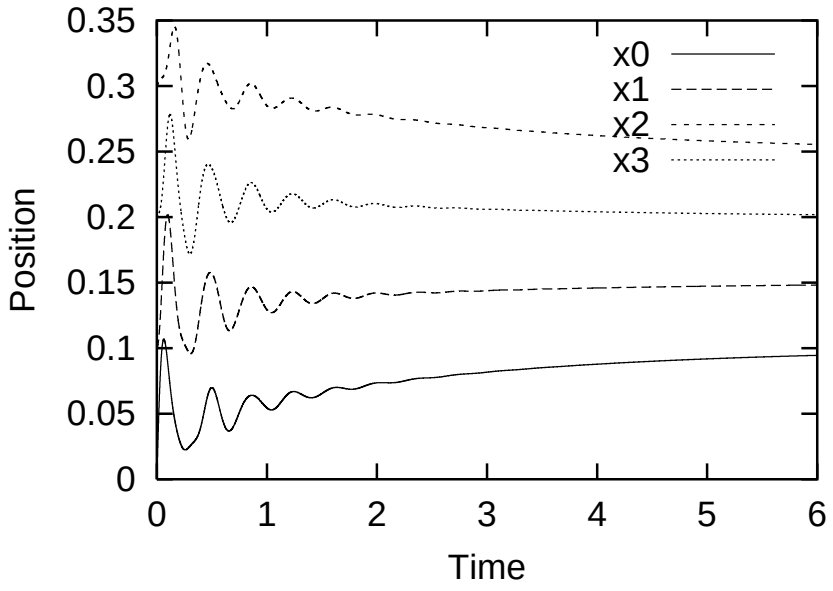



Fig. 2.7: Simulation result (PID control)

を代入することで，I 制御における安定性が検証できる．ここで，式 (2.6) に，$K_P = 0$，$K_V = 0$ を代入すると，式 (2.6) の $\lambda^2$ の係数が 0 となる．よって，操作量に力を用いて I 制御を行う場合には，このシステムは安定とならない．したがって，粘弾性体の位置と変形を操作量を力として同時に制御するためには，制御則の粘性要素が必須であることが分かる．

Fig.2.7 に，粘弾性体の位置と変形の同時制御における，PID 制御のシミュレーション結果を示す．シミュレーションの手法として，Runge-Kutta 法を用いた．操作点および位置決め点の初期位置として $[x_0\ x_1\ x_2\ x_3]^{\mathrm{t}}$ =[0.0 0.1 0.3 0.2]$^{\mathrm{t}}$，初期速度として $[v_0\ v_1\ v_2\ v_3]^{\mathrm{t}}$=[3.0 0.1 0.2 0.1]$^{\mathrm{t}}$ を用いた．位置決め点の目標位置 $x_1^d$，$x_3^d$ を，それぞれ 0.15，0.20 とした．また，粘弾性体の力学パラメータは，$K = 1000$，$B = 10$，$L_{ij} = 0.1$ とした．この図より，位置決め点がそれぞれの目標位置に収束し，粘弾性体の位置と変形が同時に制御されていることが確認できる．

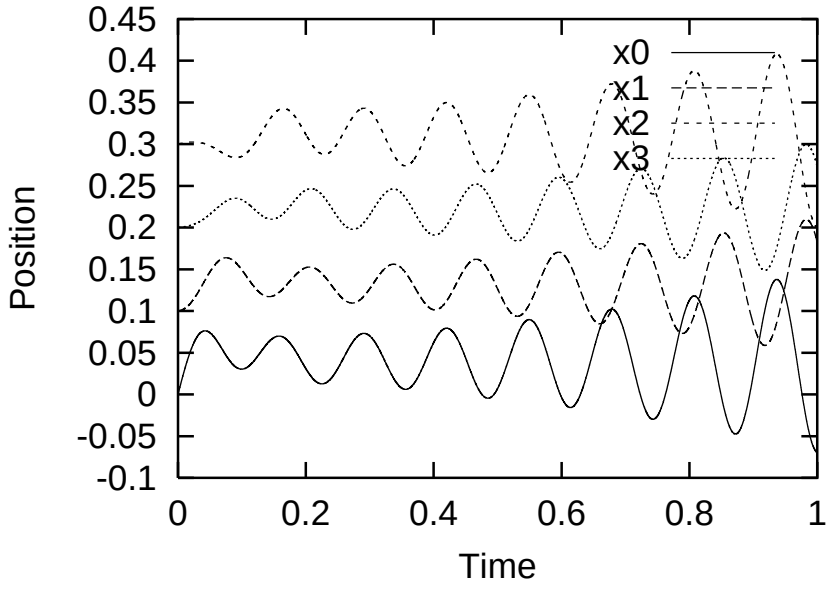
### 2.3.1 収束条件

粘弾性体の位置と変形の同時制御における収束条件を検証する．Table 2.2 に，それぞれの収束条件を示す．表の分類は Table 1 の分類と対応している．この表では，D 制御および PD 制御を比較した．表に示されるゲインの範囲は，その範囲内でゲインを設定すれば，その制御を用いて位置決め点および操作点がある点に収束することを表している．ただし，PD 制御の場合は，位置ゲインが $K_P \neq 0$ である場合の速度ゲインの範囲を示している．また，$p_i$，$q_i$ $(i = 1, 2, 3, 4)$ は 0 以上の定数である．

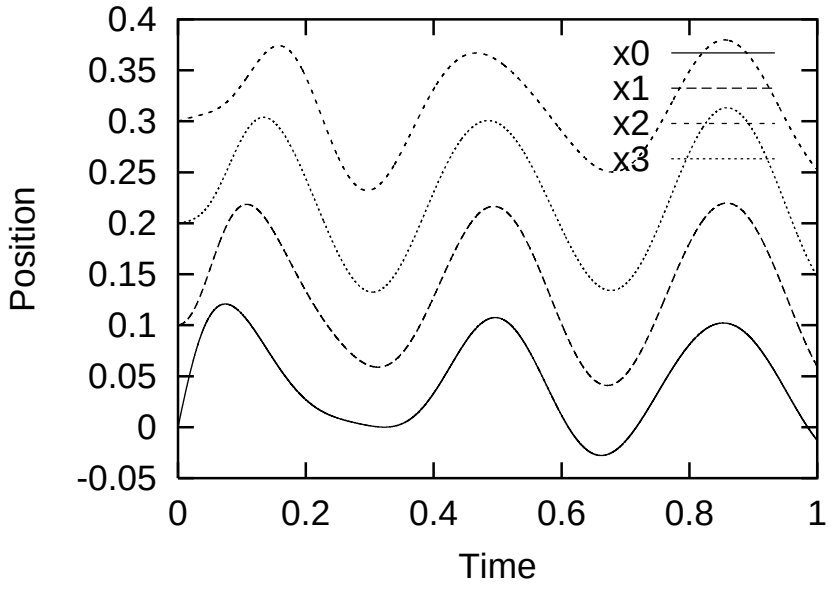
Table 2.2: Convergence conditions

| | Rigid | Viscoelastic | | |
|---|---|---|---|---|
| | (a) | (b) | (c) | (d) |
| D-only | $0 < K_V$ | $0 < K_V$ | $p_1 < K_V < q_1$ | $p_3 < K_V < q_3$ |
| PD | $0 < K_V$ | $0 < K_V$ | $p_2 < K_V < q_2$ | $p_4 < K_V < q_4$ |

表に示されるように，粘弾性体の位置と変形の同時制御では，剛体の位置制御，粘弾性体の変形制御と異なり，ある範囲内でゲインを設定しなければならない．Fig.2.7 で用いた力学パラメータを用いると，粘弾性体の位置と変形の同時制御の PD 制御を行う場合，$K_P = 500$ とすると条件 $0.86 < K_V < 37.95$ が得られる．ただし，この PD 制御では収束はするものの，前述のように定常偏差は残る．Fig.2.8 に，粘弾性体の位置と変形の同時制御の PD 制御を行い，システムが発散する場合の例を示す．粘弾性体の力学パラメータ，初期位置および初期速度は，Fig.2.7 と同様のものを用いた．Fig.2.8-(a)，(b) では，それぞれ $K_V = 50$，$0.1$ と設定した．この値は，先ほどの条件に対して，それぞれ高ゲインの場合，および低ゲインの場合を示している．これらの結果から，粘弾性体の位置と変形の同時制御では適切な範囲の中でゲインを選ぶ必要があることがわかる．




(a) High gain ($K_P = 500$, $K_V = 50$)




(b) Low gain ($K_P = 500$, $K_V = 0.1$)

Fig. 2.8: Divergence in PD control

## 2.4 操作点と位置決め点の対応関係の違いによる比較

前節までの解析では，フィードバック信号として近点の情報を用いた．制御対象が自由空間内を運動する柔軟体であるために，フィードバック信号として近点以外の情報を使うことも可能である．本節では，遠点による制御を検証し，その特徴を明らかにする．操作量として力を用いる．

遠点に対する PID 制御は近点に対する PID 制御と同様に解析される．操作点および位置決め点の運動方程式は，近点の PID 制御の場合と同様に，式 (2.1) で表現される．時刻 $t$ において，操作点の駆動力は以下のように表される．

$$\begin{cases} f_0^{drive} = -K_P^0(x_3 - x_3^d) - K_V^0 v_3 \\ \qquad\qquad\qquad -K_I^0 \displaystyle\int_0^t (x_3 - x_3^d)\ \mathrm{d}t, \\ f_2^{drive} = -K_P^2(x_1 - x_1^d) - K_V^2 v_1 \\ \qquad\qquad\qquad -K_I^2 \displaystyle\int_0^t (x_1 - x_1^d)\ \mathrm{d}t. \end{cases} \tag{2.8}$$

ここで，$\boldsymbol{X_1} = [x_0\ v_0\ x_1\ v_1\ s_1]^{\mathrm{t}}$，$\boldsymbol{X_2} = [x_2\ v_2\ x_3\ v_3\ s_3]^{\mathrm{t}}$ を用いると，係数行列 $\boldsymbol{A}$，$\boldsymbol{B}$ は次のようになる．

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\dfrac{k'}{m'} & -\dfrac{b'}{m'} & \dfrac{k'}{m'} & \dfrac{b'}{m'} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \dfrac{k'}{M} & \dfrac{b'}{M} & -\dfrac{k'}{M} - \dfrac{\hat{k}}{M} & -\dfrac{b'}{M} - \dfrac{\hat{b}}{M} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\dfrac{K_P'}{m'} & -\dfrac{K_V'}{m'} & -\dfrac{K_i'}{m'} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dfrac{\hat{k}}{M} & \dfrac{\hat{b}}{M} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

遠点の PID 制御の安定性は，近点の PID 制御の場合と同様に，$\boldsymbol{A} + \boldsymbol{B}$ および $\boldsymbol{A} - \boldsymbol{B}$ のすべての固有値が複素平面上の左半平面に存在するかどうかに帰着される．このとき，$\boldsymbol{A} + \boldsymbol{B}$ は近点に対する PID 制御の場合と同じ形式となる．簡単のために，$k' = \hat{k}$，$b' = \hat{b}$，$m' = M'$ であると仮定し，2.3 節と同様の $K$，$B$，$K_P$，$K_V$，$K_I$ を用いると，特性方程式は式 (2.6) で表される．同様に，$\boldsymbol{A} - \boldsymbol{B}$ の特性方程式は，以下の式で表される．

$$\begin{aligned} &\lambda^5 + 4B\lambda^4 + (2B^2 - BK_V + 4K)\lambda^3 \\ &\quad +(4BK - BK_P - KK_V)\lambda^2 \\ &\quad +(-BK_I + 2K^2 - KK_P)\lambda - KK_I = 0. \end{aligned} \tag{2.9}$$

Table 2.3: Positionability depending on mapping between positioned points and manipulated points

| | Nearest | Non-nearest |
|---|---|---|
| P-only | × | × |
| D-only | △ | △ |
| I-only | × | × |
| PD | △ | △ |
| PID | ◯ | × |

遠点に対する制御の安定性は，近点の制御と同様に，式 (2.6)，(2.9) に対するラウス・フルビッツ条件から判別できる．

Table 2.3 に，近点に対する制御と遠点に対する制御の安定性に関する比較を示す．表では，P 制御，D 制御，I 制御，PD 制御，PID 制御を比較した．操作量は力とした．近点に対する制御の結果は前節に示したものである．この結果から，遠点に対する PD 制御，および D 制御では，システムが収束することが分かった．

システムが必ず不安定になる場合を検証する．積分ゲイン $K_i > 0$ のとき，式 (2.9) の左辺第 6 項が必ず負となる．したがって，遠点に対する PID 制御および I 制御では，このシステムは必ず不安定になる．また，遠点の P 制御は近点の P 制御と同様に，ラウス・フルビッツ条件を満たさず，不安定となる．

Fig.2.9 に，遠点の PD 制御を用いて，位置決め点が収束する例を示す．粘弾性体の力学パラメータおよび初期条件は，2.3 節と同じものを用いた．ゲインは，$K_P = 500$，$K_V = 10$，$K_I = 0$ とした．また，$K = 1000$，$B = 10$，$K_P = 500$，$K_I = 0$ のパラメータを用いて，遠点の PD 制御における収束条件を求めると，$K_V$ について，ラウス・フルビッツ条件から，条件 $0.86 < K_V < 17.05$ が得られる．この条件は，近点の解析から得られた条件に比べて，厳しいものになっている．遠点に対して PD 制御を行うことは可能であるが，近点の制御に比べて，低ゲインしか実現できないことがわかる．したがって，この結果および I 要素を用いることができる点から，フィードバック信号には近点の情報を用いる方が有効であることが分かる．

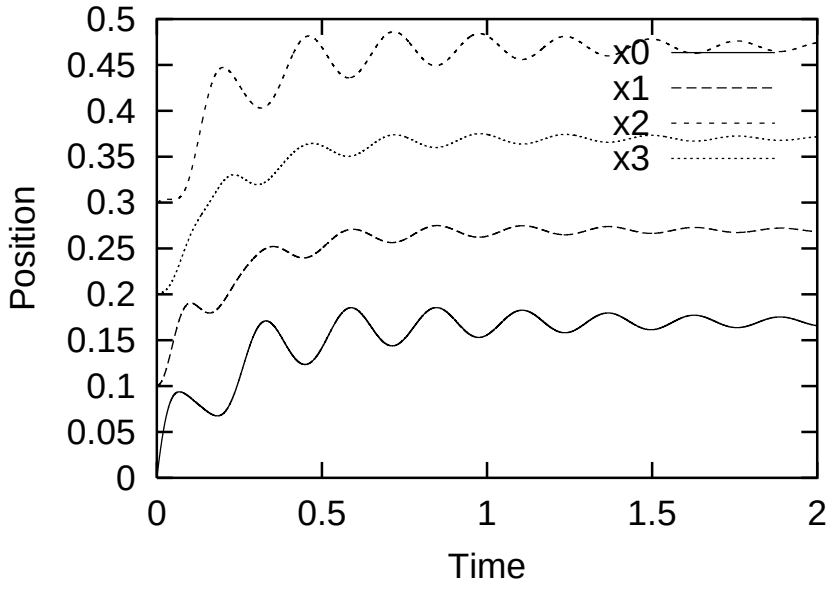



Fig. 2.9: Using positioned points non-nearest from the respective manipulated points

## 2.5　操作量の違いによる比較

前節までの解析では，操作量として駆動力を用いた．制御対象が柔軟体であるために，操作量として駆動力の代わりに位置を用いることも可能である．本節では，操作量として位置の情報を用いる制御を検証し，その特徴を明らかにする．操作点と位置決め点の対応関係は，近点の情報を用いる．操作量として位置を用いることは，理想的なステッピングモータを使用した場合を想定している．操作量に位置を用いる制御は，操作量に力を用いる制御と同様に解析される．操作点および位置決め点の運動方程式は，操作量に力を用いた場合と同様に，式 (2.1) で表現できる．ただし，$f_i^{drive} = 0$ である．制御則として PID 制御を用いると，操作量に位置を用いる場合の制御則は，時刻 $t$ において，以下のように表される．

$$\begin{cases} x_0 = -K_P^0(x_1 - x_1^d) - K_V^0 v_1 \\ \qquad\qquad -K_I^0 \displaystyle\int_0^t (x_1 - x_1^d)\ \mathrm{d}t, \\ x_2 = -K_P^2(x_3 - x_3^d) - K_V^2 v_3 \\ \qquad\qquad -K_I^2 \displaystyle\int_0^t (x_3 - x_3^d)\ \mathrm{d}t. \end{cases} \tag{2.10}$$

式 (2.10) を用いて，式 (2.1) から $x_0$，$v_0$，$x_2$，$v_2$ を消去する．状態変数 $\boldsymbol{X_1} = [x_1\ v_1\ s_1]^{\mathrm{t}}$，$\boldsymbol{X_2} = [x_3\ v_3\ s_3]^{\mathrm{t}}$ を用いると，係数行列 $\boldsymbol{A}$，$\boldsymbol{B}$ は以下のように表される．

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \dfrac{-b'K_I' - k' - k'K_P' - \hat{k}}{M'} & \dfrac{-b'K_P' - b' - k'K_V' - \hat{b}}{M'} & \dfrac{-k'K_I'}{M'} \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \dfrac{\hat{k}}{M'} & \dfrac{\hat{b}}{M'} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

ただし，$M' = M + b'K_V'$ である．操作量に位置を用いる制御における安定性は，操作量に力を用いる制御と同様に，$\boldsymbol{A} + \boldsymbol{B}$ および $\boldsymbol{A} - \boldsymbol{B}$ のすべての固有値が複素平面上の左半平面に存在するかどうかに帰着される．簡単のために，$k' = \hat{k}$，$b' = \hat{b}$ であると仮定し，$k'/M' = K$，$b'/M' = B$，$K_P'/M' = K_P$，$K_V'/M' = K_V$，$K_I'/M' = K_I$ を用いると，$\boldsymbol{A} + \boldsymbol{B}$ の特性方程式は，

$$\begin{aligned} &\lambda^3 + (KK_V + BK_P + B)\lambda^2 \\ &\quad +(KK_P + BK_I + K)\lambda + KK_I = 0. \end{aligned} \tag{2.11}$$

同様に，$\boldsymbol{A} - \boldsymbol{B}$ の特性方程式は，

$$\begin{aligned} &\lambda^3 + (KK_V + BK_P + 3B)\lambda^2 \\ &\quad +(KK_P + BK_I + 3K)\lambda + KK_I = 0. \end{aligned} \tag{2.12}$$

Table 2.4: Positionability depending on control inputs

| | Force | Position |
|---|---|---|
| P-only | × | △ |
| D-only | △ | △ |
| I-only | × | ◯ |
| PD | △ | △ |
| PID | ◯ | ◯ |

Table 2.4 に，操作量に力を用いる制御と位置を用いる制御の安定性に関する比較を示す．表では，P 制御，D 制御，I 制御，PD 制御，PID 制御を比較した．操作点と位置決め点の対応関係は近点を用いた．操作量に力を用いた制御に対する結果は 2.3 節に示したものである．この結果から，操作量として位置を用いる制御では，ゲインを適切に設定すれば，位置決め点および操作点が収束することが分かった．

Fig.2.10 に，操作量として位置の I 制御を用いた場合の，シミュレーション結果を示す．粘弾性体の力学パラメータおよび初期条件は，2.3 節と同じものを用いた．また，ゲインは $K_P = 0$, $K_V = 0$, $K_I = 7.0$ を用いた．図より，位置決め点がそれぞれの目標位置に収束していることが確認される．操作量に位置を用いる制御における，制御則の積分要素と位置の関係は，操作量に力を用いる制御における，制御則の粘性要素と駆動力の関係に等しい．したがって，この制御を用いて位置決め点を収束させることが可能となる．また，位置誤差の積分要素をフィードバックするので，位置決め点がそれぞれの目標位置に収束し，定常偏差が残らないことも，この制御の特徴である．この制御則では微分要素を用いないため，CCD カメラを用いるビジュアルフィードバックのように長い制御周期を持つシステムにも有効であると考えられる．

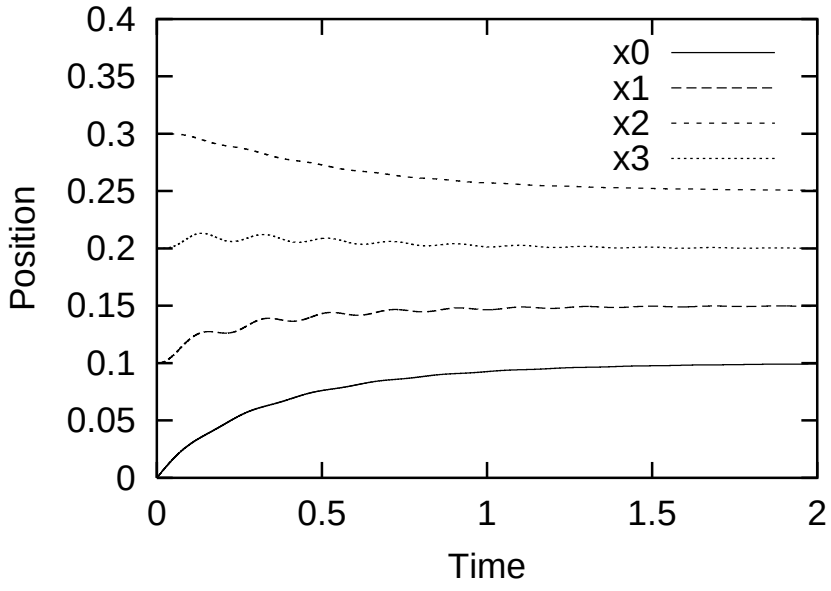



Fig. 2.10: Simulation result (I control to direct position)

## 2.6 粘性の有無による比較

前節までの解析では，柔軟体として粘弾性体を用いた．現実には完全な弾性体は存在しないが，柔軟体を扱う多くの研究において，柔軟体として弾性体を仮定している [12, 15]．本節では，柔軟体を粘弾性体と仮定する妥当性を確認するために，柔軟体として弾性体を用いて解析を行う．

Table 2.5: Positionability depending on systems with/without viscosity

| | Viscoelastic | | Elastic | |
|---|---|---|---|---|
| | Force | Position | Force | Position |
| P-only | × | △ | × | × |
| D-only | △ | △ | × | △ |
| I-only | × | ◯ | × | × |
| PD | △ | △ | × | △ |
| PID | ◯ | ◯ | × | ◯ |

Table 2.5 に，柔軟物に粘弾性体を用いた場合と弾性体を用いた場合の安定性に関する比較を示す．表では，P 制御，D 制御，I 制御，PD 制御，PID 制御を比較した．操作点と位置決め点の対応関係は近点を用いた．操作量として力および位置を用いた．柔軟体として粘弾性体を用いた場合の結果は第 5 章で示したものである．

操作量に力を与える場合を考える．このとき，特性方程式は，式 (2.6)，(2.7) に $B = 0$ を代入した式になる．このとき，それぞれの式において，$\lambda^4$ の項の係数が 0 となる．したがって，このシステムは安定とならない．これは，操作点が動かない状態において内部の質点が単振動し続ける状態を考えれば容易に理解できる．したがって，操作量に力を用いる場合，粘弾性体が持つ粘性は物体の変形を収束させるために必要であり，制御としての粘性要素は物体の絶対位置を収束させるために必要であることが分かる．

操作量に位置を与える場合を考える．このとき，特性方程式は，式 (2.11)，式 (2.12) に $B = 0$ を代入した式になる．このとき，以下の式を得る．

$$\lambda^3 + KK_V\lambda^2 + (KK_P + K)\lambda + KK_I = 0, \tag{2.13}$$

$$\lambda^3 + KK_V\lambda^2 + (KK_P + 3K)\lambda + KK_I = 0. \tag{2.14}$$

したがって，$K_V \neq 0$ であれば，$B = 0$ の場合に，式 (2.13)，(2.14) のすべての係数が正になる．また，$K_P = 500$，$K_I = 1$，$K = 1000$ とすると，ラウス・フルビッツ条件より，条件 $K_V > 1.996 \times 10^{-6}$ を得る．このように，用いる柔軟体を弾性体と仮定することで，粘弾性体を用いた場合の結果と異なる結果が得られる．特に，操作量を力とする場合には，弾性体では系が PID 制御では安定とならない．したがって，柔軟体の位置と変形の同時制御において，柔軟体に粘弾性体を仮定することは必須である．

## 2.7　結言

本章では，粘弾性体に対する位置と変形の同時制御について解析を行った．以下に，本章で得られた知見をまとめる．

(1) 操作量に力を用い，それぞれの操作点に対して最も近い位置決め点の情報をフィードバックすることによって，粘弾性体の位置と変形が同時に制御可能であることが分かった．特に，PID 制御の要素のうち，システムの収束に最も重要な要素が粘性要素であり，速度ゲインをある範囲内で設定しなければいけないことが分かった．

(2) 柔軟体の制御であるために，遠点に対する制御を行うことができる．このとき，位置決め点を収束させる制御則が存在することが分かった．しかし，遠点に対する制御では，位置決め点が目標位置に収束する制御が実現できないため，近点に対する制御を用いる方が有効であることが分かった．

(3) 柔軟体の制御であるために，操作量に位置を与えることができる．このとき，位置決め点を収束させる制御則が存在することが分かった．特に，I 制御のみで位置決め点が目標位置に収束することが分かった．

(4) 操作量として力を用いる場合は，物質の粘性，制御則の粘性要素の両方がシステムの安定に必要であることが分かった．また，操作量として位置を用いる場合は，制御則に粘性要素が存在すれば，速度ゲインを適切に設定することでシステムが安定するということが分かった．

今後の課題として，非対称型への拡張が挙げられる．本論文では，簡単のために，操作点，位置決め点および粘弾性体の配置を対称とした．非対称の場合は，式 (2.3) の係数行列が対称とならない．しかしながら，その安定性は係数行列のすべての固有値が複素平面の左半平面に存在するかどうかに帰着されることは変わらない．非対称の場合を数通りシミュレーションすると，本論文で得られた結果と一致することがわかっている．したがって，今後は非対称系の理論的解析を進める．

# 第3章　拡張z変換を用いた連続離散時間系の解析

## 3.1　緒言

ロボットハンドでの物体操作に代表される，対象物の把持・操作に関する研究は，従来より活発になされている [1, 2, 3]．多指ハンドでの把握・操りに関しては，摩擦を考慮した安定把握 [4]，適応把握 [5]，視触情報をフィードバックする制御 [6] などが成されている．グラスプレス・マニピュレーションでは，ハンドによる把持を行わず，環境を利用しながら物体を操作する方法が提案されている [7]．また，対象物を多点接触で安定に把持しようとする，パワーグラスプに関して議論されている [8, 9]．これらの研究では，マニピュレータが剛体であり，対象物との接触状態を剛体点接触を仮定しており，操作過程を準静的として扱っている研究が多い．

近年では，ハンドの指先に柔軟体を用いて物体を把持・操作する研究が増えている [10, 11, 12, 13, 14, 15]．一般に，指先に柔軟体を用いることによって，面接触による安定把持，高い摩擦力，接触における衝撃力の低減などの利点が期待される．文献 [11] では，スポンジゴムで被覆したソフトフィンガー型多指ハンドによる物体操作を対象としている．動的な把持操作を実現した例として，Arimoto らが，指先に弾性体と仮定した柔軟体を有する 2 指ハンドを用いて，物体のピンチング動作を実現している [12, 13, 14]．これらの報告では，受動性解析を基にセンソリーフィードバックの考え方から，安定把持を実現しながら物体の位置と角度を同時に制御する制御則を提案している．また，長瀬らは，文献 [12] で用いられた，弾性体の動径方向の圧縮変形によって指先力が発生するという仮定に加え，回転方向の圧縮変形によっても指先力が発生するとして，柔軟指による把持の解析と実験を行った [15]．これらの研究では，実験において指先に粘弾性体を使用している一方，理論的な解析では物性としての粘性は考慮されていない．マニピュレータと対象物の間に粘弾性体が存在するシステムで動的な物体操作を行う場合，その粘性が過渡応答に影響を与えることは直感的に理解できるが，これを考慮した研究は見受けられない．

対象物質の粘性を考慮した制御の研究として，環境の動特性を考慮した接触制御 [29, 32] や，フレキシブル・マニピュレータの力制御 [20] が挙げられる．Eppinger らは，ロボットのベースや対象物体の剛性と粘性を考慮し，フィードバック制御系のゲインと安定性に関する検討を行っている [29]．吉川らは，対象物体のダイナミクスを考慮した動的ハイブリッド制御において，可制御可観測条件を導き，その条件が対象物体のダイナミクスのみに依存することを指摘した [32]．松野は，フレキシブル・マニピュレータでの力と位置のハイブリッド制御を実現し，その安定性を論じている [20]．しかし，以上の解析ではシステムが連続系であることを仮定している．

柔軟指に用いる物質を選定する観点から，粘弾性体を評価する研究がある．Shimoga らは，

ロボットフィンガーの指先に使用することを前提に，粘弾性体を，(1) 衝撃力の軽減，(2) なじみ，(3) ひずみエネルギーの消散性の 3 つの観点から比較検討している [27]．この報告では，総合的にゲルが最もよいという結論に達している．また，彼らは粘弾性体のモデルを構築し，実験的に検証している [28]．しかし，物質の選定において，粘性は考慮されていない．

このように，柔軟体を含む物体操作において，使用する柔軟体の物性として，粘性を評価した研究はなく，どのような指針で粘弾性体を選べばよいかについては未知の部分が多い．そこで本章では，ソフトインターフェースを介した動的な物体操作を行うシステムの特徴の一つである，連続離散時間系からの解析を行う．まず，対象物は連続系，制御系は離散系で表現されることを示す．連続離散時間系を考慮した運動方程式を拡張 z 変換の考え方から導出する．次に，システムが安定となる最大の制御周期の観点から安定性を解析する．また，拡張 z 変換による連続離散時間表現の有効性を検証するために，通常の z 変換を用いて安定性を解析し，両者を比較する．最後に，安定解析で得られた結果を実験的に検証する．

## 3.2 定式化

本節では，ソフトインターフェースを介した動的な物体操作をモデル化し，系の運動方程式を導出する．ソフトインターフェースを介した動的な物体操作は連続離散時間系で表現される．この連続離散時間系における運動方程式を，拡張 z 変換を用いて定式化する．本論文では，例として，マス・バネ・ダンパーモデルを基にした力制御を考える．

### 3.2.1 連続離散時間系

Fig.3.1 に，ソフトインターフェースを介した物体操作を行うシステムの例を示す．一般に，制御にはデジタルコントローラが使われる．すなわち，ソフトインターフェースを介した動的制御では，Fig.3.1 に示されるように，制御系は離散系，粘弾性体を含む対象物は連続系として表現される．したがって，ソフトインターフェースを介した動的制御は連続離散時間系で表現される．本章では，連続離散時間系における系の運動方程式を，拡張 z 変換の考え方から定式化する．通常の z 変換がサンプリング時刻での応答のみを取り扱うのに対して，拡張 z 変換ではサンプリング時刻の間のすべての時刻における応答を取り扱うことができる [37]．すなわち，サンプリング時刻以外の応答を解くことで任意の時間における応答を求める．

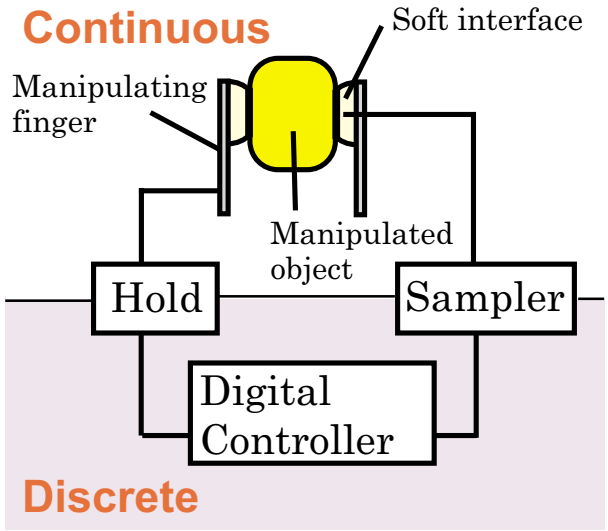
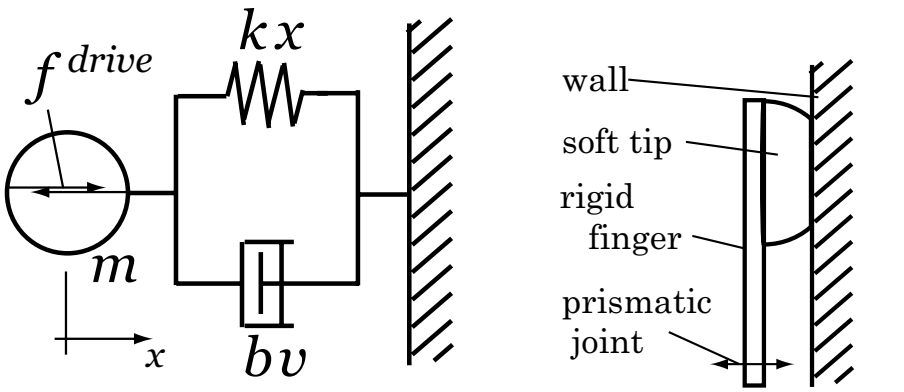



Fig. 3.1: System of manipulation on contact with soft interface

### 3.2.2 ソフトインターフェースのモデル化

Fig.3.2-(a) に，本章で使用する，線形のバネ・マス・ダンパーモデルを示す．これは，Fig.3.2-(b) で示される，指先に粘弾性体を有するロボット指が壁を押す作業に相当する．ここで，$x$，$v$ はそれぞれ指の位置，速度である．また，$m$ は指先を含めた指全体の質量，$f$ は指先の変形による発生力，$f_{drive}$ は指がモーターに与えられる駆動力である．またこのモデルは，前章で

検証した粘弾性体の位置と変形の同時制御における，一入力一出力の集合系の最も簡単な場合に相当する．$k$，$b$ はそれぞれ指先に用いる粘弾性体の弾性係数，粘性係数である．本論文では，指が持つ物性である $m$，$k$，$b$ は時不変であり，正の値であると仮定する．




(a) Simplified model (b) Robot finger with soft tip

Fig. 3.2: Model of manipulation on contact with soft interface

### 3.2.3 フィードバック制御の定式化

本節では，フィードバック制御を行った場合の運動方程式を導出する．制御則には把持力のP制御を用いる．目標把持力を $F_d$，力フィードバックゲインを $K_f$，システムの制御周期を $T$ とする．このとき区間 $t \in [nT, (n+1)T)\,(n = 0, 1, 2, \cdots)$ における，指の運動方程式は次のようになる．パラメータ $F_d$，$K_f$，$T$ は正である．

$$m\dot{v}(t) = -bv(t) - kx(t) + K_f(F_d - \hat{f}(t)). \tag{3.1}$$

ここで $\hat{f}(t)$ は，時刻 $nT$ における力のフィードバック値である．区間 $t \in [nT, (n+1)T)$ における力のフィードバック値は，時刻 $nT$ に測定した指先の発生力である．したがって，

$$\hat{f}(t) = b\dot{x}(nT) + kx(nT), \quad n = \left|\frac{t}{T}\right|. \tag{3.2}$$

この値は次に計測を行う時刻 $(n+1)T$ まで変化しない．ここで，$x(nT)$ を $x_n$，$v(nT)$ を $v_n$ とおき，$b/m = B$，$k/m = K$，$K_f F_d/m = F$ とすると，区間 $t \in [nT, (n+1)T)$ でのシステム方程式は，

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{v}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -K & -B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ v(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ F - K_f K x_n - K_f B v_n \end{bmatrix} \tag{3.3}$$

と表現できる．ここで，

$$\boldsymbol{X}(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ v(t) \end{bmatrix}, \boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -K & -B \end{bmatrix}$$

と定義する．さらに，$\boldsymbol{x}_n = \boldsymbol{X}(nT)$ とする．区間 $t \in [nT, (n+1)T)$ では，式 (3.3) の右辺第 2 項が一定値であることに注意すると，時刻 $(n+1)T$ におけるこのシステムの解は，

$$\boldsymbol{x}_{n+1} = e^{\boldsymbol{A}T}\boldsymbol{x}_n + \boldsymbol{A}^{-1}(e^{\boldsymbol{A}T} - \boldsymbol{I}) \begin{bmatrix} 0 \\ F - K_f K x_n - K_f B v_n \end{bmatrix} \tag{3.4}$$

という漸化式で表される．ここで，$\boldsymbol{I}$ は 2 次の単位行列である．また，逆行列 $\boldsymbol{A}^{-1}$ は，$K \neq 0$ より必ず存在する．式 (3.4) を，$\boldsymbol{x}_n$ でまとめると，定数ベクトル $\boldsymbol{u}$ を用いて，

$$\boldsymbol{x}_{n+1} = \boldsymbol{P}\boldsymbol{x}_n + \boldsymbol{u} \tag{3.5}$$

と表現される．ここで，$\boldsymbol{P}$ は，

$$\boldsymbol{P} = e^{\boldsymbol{A}T} + \boldsymbol{A}^{-1}(e^{\boldsymbol{A}T} - \boldsymbol{I}) \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -K_f K & -K_f B \end{bmatrix} \tag{3.6}$$

であり，システムの制御周期，物質の粘弾性特性，質量および制御則のゲインに依存する．式 (3.4) は，漸化式の不動点 $\boldsymbol{x}_*$ を用いて，

$$\boldsymbol{x}_n = \boldsymbol{P}^n[\boldsymbol{x}_0 - \boldsymbol{x}_*] + \boldsymbol{x}_* \tag{3.7}$$

と表現される．このとき，この運動方程式の安定性は，状態遷移行列 $\boldsymbol{P}$ が収束行列かどうかに帰着される．また，不動点 $\boldsymbol{x}_*$ は，$\boldsymbol{x}_* = [K_f F_d / \{k(K_f + 1)\} \;\; 0]^{\mathrm{T}}$ と表される．

### 3.2.4 フィードフォワード制御の定式化

本節では，制御則にフィードフォワード信号を用いた場合の運動方程式を導出する．与える力を $F_f$ とすると，フィードバック制御の場合と同様に，式 (4.4) と表現される．ここで，状態遷移行列 $\boldsymbol{P}$ は，

$$\boldsymbol{P} = e^{\boldsymbol{A}T} \tag{3.8}$$

である．また，不動点 $\boldsymbol{x}_*$ は，$\boldsymbol{x}_* = [F_f/k \;\; 0]^{\mathrm{T}}$ となる．本章では，線形のマス・バネ・ダンパーモデルの力制御を題材に，ソフトインターフェースを介した動的な物体操作の連続離散時間系における運動方程式の導出を行った．その結果，運動方程式は，システムの制御周期，物質の粘弾性特性，質量および制御則のゲインを含む，状態遷移行列で関係づけられる漸化式で表現される．

## 3.3 フィードバック制御における安定性解析

### 3.3.1 スペクトル半径による安定性解析

本節では，ソフトインターフェースを介した動的な物体操作において，フィードバック制御を行う場合の安定性を解析する．前節で述べた通り，ソフトインターフェースを介した動的な物体操作が安定であるためには，状態遷移行列 $\boldsymbol{P}$ が収束行列であればよい．行列 $\boldsymbol{P}$ の固有値を $\lambda_i\,(i=1,2)$ とする．このとき，行列 $\boldsymbol{P}$ が収束行列である必要十分条件は，スペクトル半径 $\rho(\boldsymbol{P})=\max\{|\lambda_i|\}$ が，

$$\rho(\boldsymbol{P})<1 \tag{3.9}$$

を満たすことである．これは，行列 $\boldsymbol{P}$ の固有値 $\lambda_i$ が単位円の中にすべて含まれることを意味している．

前節でも述べた通り，ソフトインターフェースを介した動的な物体操作における状態遷移行列 $\boldsymbol{P}$ は，システムの制御周期，物質の粘弾性特性，質量および制御則のゲインに依存する．このうち，制御周期およびゲインは制御を行う際に設定するパラメータであり，特に，制御周期はサンプル値制御特有のパラメータである．また，制御周期は使用するセンサやモータの仕様にも関わる値であり，システムを構築する上で，ハードウェアの選定基準となる．ここで，システムが安定となる最大の制御周期，すなわち $\rho(\boldsymbol{P})<1$ を満たす最大の制御周期を安定最大制御周期 $T_{max}$ と定義する．以下では，$T_{max}$ と諸特性の関係を検証する．

### 3.3.2 安定最大制御周期と弾性係数の関係

弾性係数 $k$ と安定最大制御周期 $T_{max}$ の関係を Fig. 3.3 に示す．ここでは，パラメータとして，$m$=0.11 kg，$F_d$=1.1 N，$K_f$=10 を使用した．Fig. 3.3 では，$b$=1.0 Ns/m および 3.0 Ns/m のときの $T_{max}$ を図示している．このグラフより，$k$ が大きくなるのに対して，$T_{max}$ が単調に減少することが分かる．つまり，高剛性の物質を使用した場合には，制御周期を短く設定しなければいけない．したがって，ソフトインターフェースとして低剛性の物質を採用する方が，制御周期の観点からシステムを容易に構築することができる．

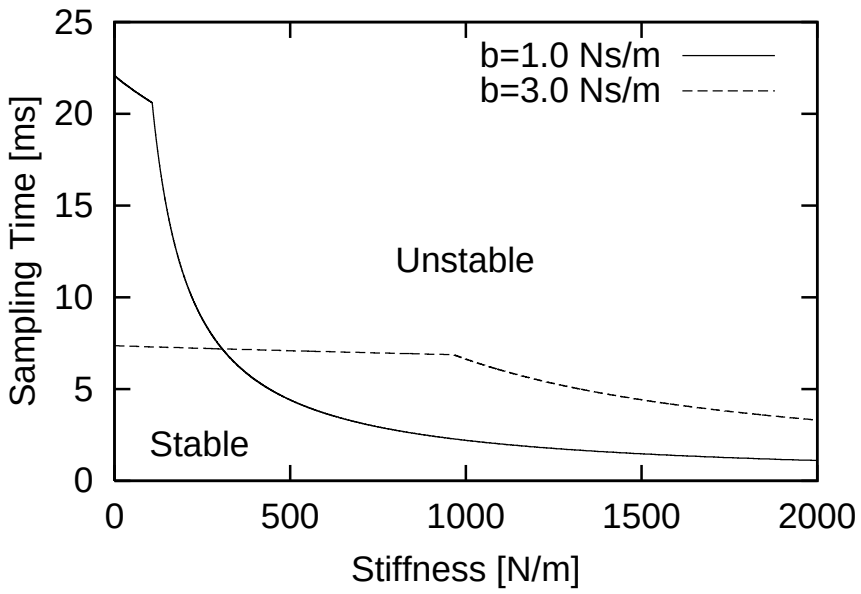



Fig. 3.3: Critical sampling time for stiffness

### 3.3.3 安定最大制御周期と粘性係数の関係

粘性係数 $b$ と安定最大制御周期 $T_{max}$ の関係を Fig. 3.4 に示す．ここでは，パラメータとして，$m$=0.11 kg，$F_d$=1.1 N，$K_f$=10 を使用した．Fig. 3.4 では，$k$=2000 N/m および 20000 N/m のときの $T_{max}$ を図示している．このグラフから，粘性と安定最大制御周期との関係は，単調ではないことが分かる．この現象は，ソフトインターフェースを介した動的な物体操作を行う場合，弾性だけでなく，粘性も使用する物質の選定基準となることを示唆している．実測から，直径 20 mm のポリウレタン製の半球粘弾性体の弾性係数が約 2000 N/m，粘性係数が約 10 Ns/m であることを確認しており，このピークは実際の物体操作を考える上で，現実的な領域にある．

Fig. 3.5 に，状態遷移行列 $\boldsymbol{P}$ の根軌跡を示す．これらのグラフでは，$k$=2000 N/m である．それぞれのグラフでは，粘性の値は一定である．Fig. 3.5-(c) における，$b$=4.32 は，$T_{max}$ が最大となるときの粘性の値である．Fig. 3.5 から，根軌跡は単位円の端から出発する．粘性 $b$ が $b$<4.32 であるとき，複素根が単位円と交差する．粘性 $b$ が $b$=4.32 であるとき，出発した点とは逆側の単位円の端が根軌跡の分岐点と一致する．また，$b$>4.32 であるとき，実根が単位円と交差する．これらのグラフから，ソフトインターフェースの粘性と安定最大制御周期との関係が単調でないことが理解できる．

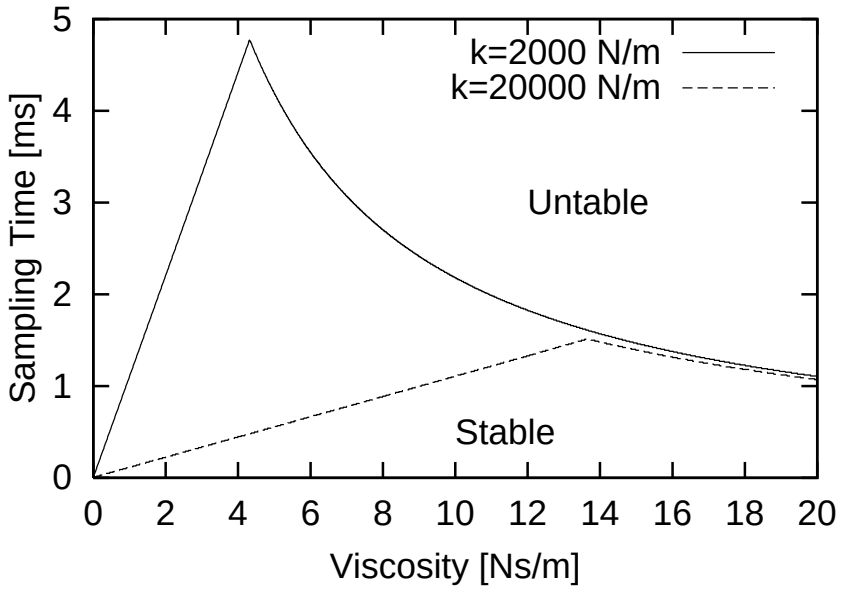
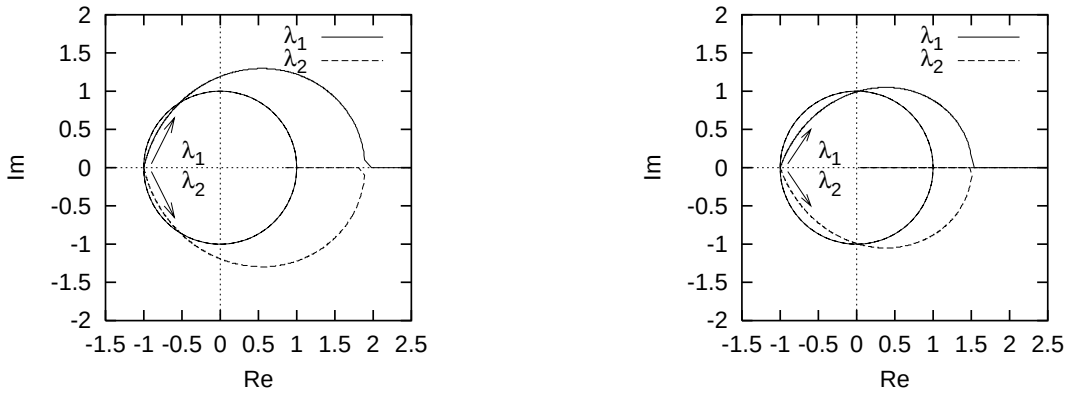
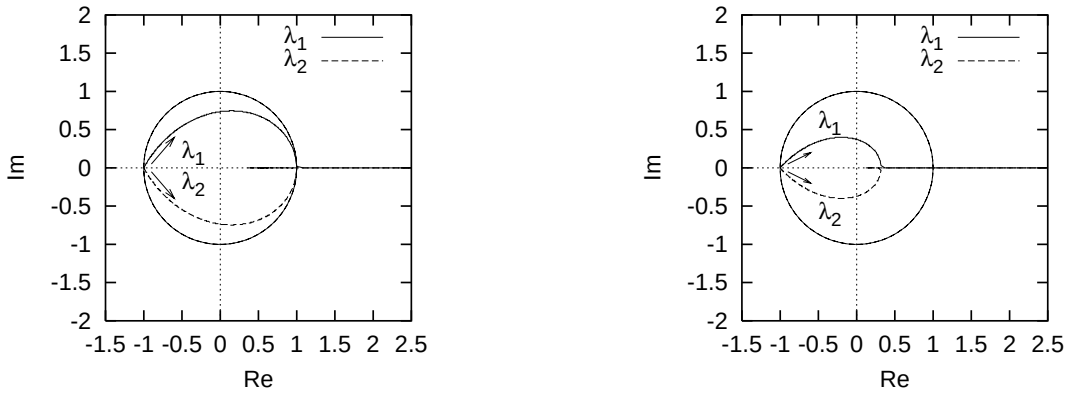


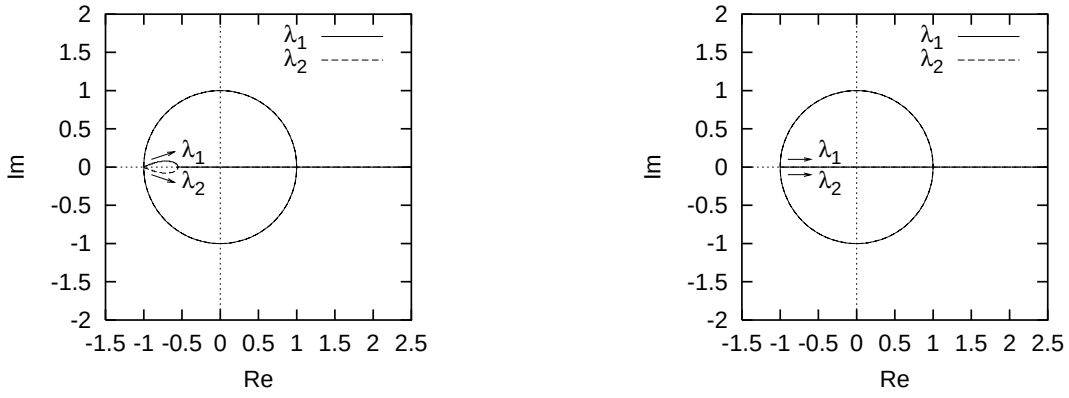

Fig. 3.4: Critical sampling time for viscosity




(a) $b = 2.0\,\mathrm{Ns/m}$ (b) $b = 3.0\,\mathrm{Ns/m}$




(c) $b = 4.32\,\mathrm{Ns/m}$ (d) $b = 6.0\,\mathrm{Ns/m}$




(e) $b = 8.0\,\mathrm{Ns/m}$ (f) $b = 10.0\,\mathrm{Ns/m}$

Fig. 3.5: Root locus ($k = 2000\,\mathrm{N/m}$)

### 3.3.4　安定最大制御周期と粘弾性特性の関係

粘弾性特性 $b$，$k$ と安定最大制御周期 $T_{max}$ の関係を Fig. 3.6 に等高線図で示す．横軸に弾性係数 $k$，縦軸に粘性係数 $b$，等高線として安定最大制御周期 $T_{max}$ を示す．パラメータとして，$m$=0.11 kg，$F_d$=1.1 N，$K_f$=10 を使用した．安定最大制御周期 $T_{max}$ は 1 ms 刻みに 1 ms から 10 ms まで示している．それぞれの等高線が尖点を持つことが分かる．Fig. 3.6 の点線は，Fig. 3.4 に示す最大の $T_{max}$ に対応する弾性係数 $k$ と粘性係数 $b$ の組を表す．このピークを結ぶ線は尖点上を通過する．

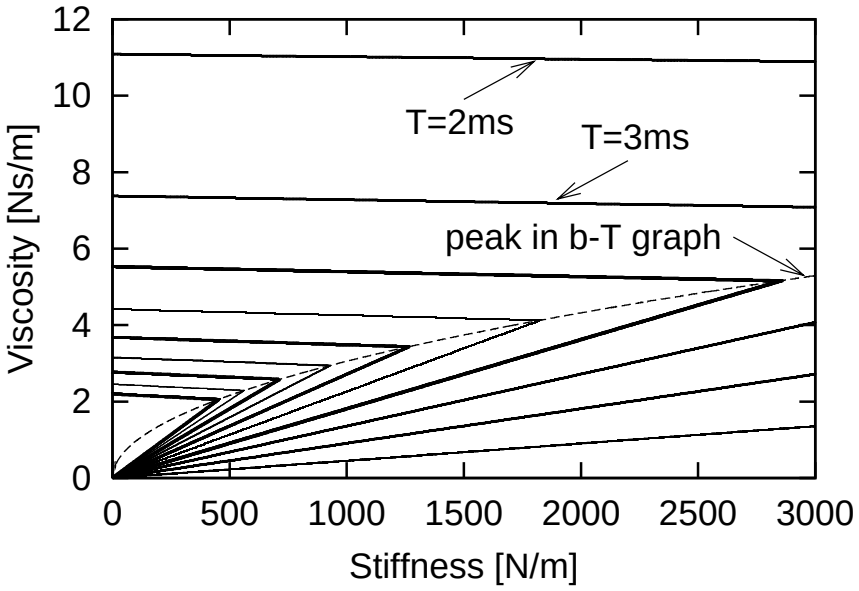



Fig. 3.6: Critical sampling time for stiffness and viscosity

### 3.3.5 安定最大制御周期と質量の関係

質量 $m$ と安定最大制御周期 $T_{max}$ の関係を Fig. 3.7 に示す．ここでは，パラメータとして，$k$=2000 N/m，$b$=1.0 Ns/m，$F_d$=1.1 N，$K_f$=10 を使用した．このグラフより，ある程度の大きさの質量があれば，$T_{max}$ が一定になることが分かる．また，質量が小さい場合には，$T_{max}$ も減少している．したがって，質量を十分大きく設定すれば，$m$ は $T_{max}$ に影響を及ぼさないと考えて差し支えない．

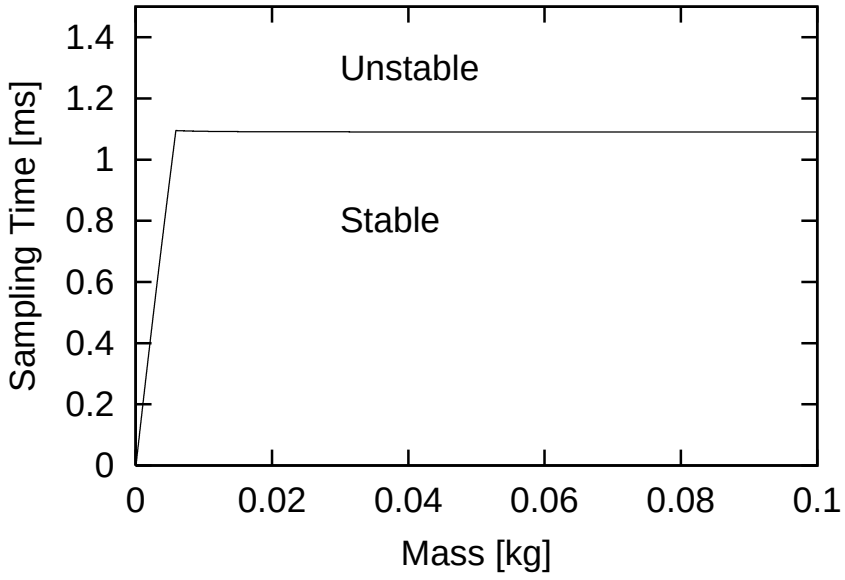



Fig. 3.7: Critical sampling time for mass

### 3.3.6　安定最大制御周期と力ゲインの関係

力フィードバックゲイン $K_f$ と安定最大制御周期 $T_{max}$ の関係を Fig. 3.8 に示す．ここでは，パラメータとして，$m$=0.11 kg，$k$=2000 N/m，$b$=1.0 Ns/m，$F_d$=1.1 N を使用した．このグラフより，$K_f < 1$ のような小さい力ゲインを設定すると，$T_{max}$ が非常に大きくなることが分かる．しかし，収束速度の関係からゲインはできるだけ大きくとることが望ましい．Fig. 3.8 では，$K_f > 2$ では，$T_{max}$ に大きな変化が見られない．したがって，ゲインを十分大きく設定すれば，$K_f$ は $T_{max}$ に影響を及ぼさないと考えて差し支えない．

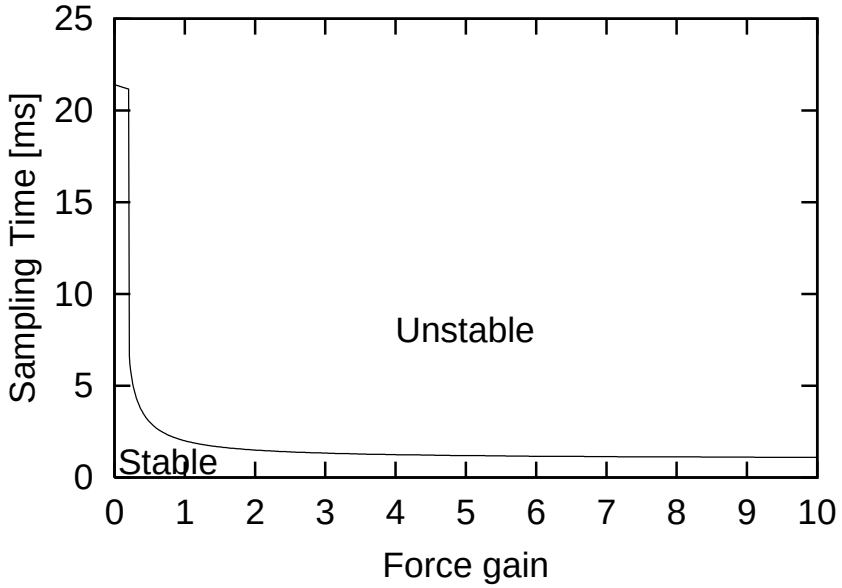



Fig. 3.8: Critical sampling time for force feedback gain

## 3.4 フィードフォワード制御における安定性解析

本節では，ソフトインターフェースを介した動的な物体操作において，フィードフォワード制御を行う場合の安定性を解析する．フィードバック制御の場合と同様に，状態遷移行列 $\boldsymbol{P}$ のスペクトル半径 $\rho(\boldsymbol{P})$ から安定性を判定する．フィードフォワード制御における状態遷移行列 $e^{\boldsymbol{A}T}$ は，対角行列 $\boldsymbol{Q} \in C^{2\times2}$ および対角化行列 $\boldsymbol{W} \in C^{2\times2}$ を使って，

$$e^{\boldsymbol{A}T} = \boldsymbol{W}^{-1}\boldsymbol{Q}\boldsymbol{W} \tag{3.10}$$

と表される．行列 $\boldsymbol{A}$ の固有値 $\lambda_1$，$\lambda_2$ とすると，

$$\boldsymbol{Q} = \begin{bmatrix} e^{\lambda_1 T} & 0 \\ 0 & e^{\lambda_2 T} \end{bmatrix} \tag{3.11}$$

と表される．また，$e^{\boldsymbol{A}Tn}$ は，

$$e^{\boldsymbol{A}Tn} = \boldsymbol{W}^{-1}\boldsymbol{Q}^{n}\boldsymbol{W} \tag{3.12}$$

であるので，状態遷移行列 $\boldsymbol{P}$ が収束行列であることは，$\rho(\boldsymbol{Q})< 1$ であることと等価となる．ここで，$K > 0$，$B > 0$ より，$\lambda_1$，$\lambda_2$ は必ず複素平面上の左半面に存在する．したがって，$|e^{\lambda_1 T}| < 1$，$|e^{\lambda_2 T}| < 1$ より，$\rho(\boldsymbol{Q})< 1$ が成り立つ．つまり，$n \to \infty$ のとき，$e^{\boldsymbol{A}Tn}$ は制御周期 $T$ によらず収束する．よって，フィードフォワード制御は制御周期 $T$ によらず常に安定である．

## 3.5　シミュレーションによる検証

本節では，拡張z変換によって得られた結果の有効性を示すために，拡張z変換によって得られた結果と，シミュレーションによって得られた結果を比較する．シミュレーションの手法として，Runge-Kutta法を使用する．運動方程式は，式（3.1）を用いる．把持力の情報は，サンプリングタイムごとに更新する．従って，シミュレーションを行う，運動方程式は以下のように表現される．

$$\begin{cases} m\ddot{x}(t) = K_f(f_d - f(t)) \\ \qquad\qquad -kx(\left|\dfrac{t}{T}\right| T) - b\dot{x}(\left|\dfrac{t}{T}\right| T) \\ \\ f(t) = kx(\left|\dfrac{t}{T}\right| T) + b\dot{x}(\left|\dfrac{t}{T}\right| T). \end{cases} \tag{3.13}$$

Runge-Kutta法で用いる時間の刻み幅は0.1 msとする．シミュレーションでは，系が安定であるかどうかの判定を把持力の大きさで行う．具体的には，目標把持力を1.1 Nとし，算出した$|f(t)|$が10 Nを越えた場合に，系が不安定であるとした．シミュレーションパラメータとして，質量$m$および力フィードバックゲイン$K_f$をそれぞれ0.11 kg，10とした．また，初期値を$\boldsymbol{x}_0 = [0\ 0]^{\mathrm{T}}$とした．Runge-Kutta法では，計算値は連続時間系として扱われる．したがって，式（3.13）の運動方程式は，全体として連続離散時間系として表現されている．Table 3.1に，解析およびシミュレーションによって得られた結果を示す．ここで，剛性は$k = 2000$ N/mおよび$k = 20000$ N/mを用いた．表の結果から，解析によって得られた結果とシミュレーションによって得られた結果が概ね一致していることが分かる．この結果から，拡張z変換によって得られた結果が妥当であることが確認された．

Table 3.1: Viscosity and sampling time of a peak

| $k$[N/m] | ($b$[Ns/m], $T$[ms]) | |
|---|---|---|
| | Runge-Kutta method | Modified z-transform |
| 2000 | (4.29, 4.74) | (4.32, 4.76) |
| 20000 | (13.54, 1.50) | (13.65, 1.50) |

## 3.6 通常の z 変換による安定性解析

本節では，拡張 z 変換を用いた定式化の有効性を確認するために，ソフトインターフェースを介した動的な物体操作の安定性を，通常の z 変換を用いて解析する．これまでの結果を踏まえて，本節ではフィードバックシステムの解析結果を比較する．使用する運動方程式は，式 (3.1) である．ここで，$k(K_f+1)/m = K$，$b(K_f+1)/m = B$，$K_f F_d/m = F$ とおくと，次式を得る．

$$\ddot{x} = -B\dot{x} - Kx + F. \tag{3.14}$$

式 (3.14) から, $\dot{x}(0) = 0$，$\ddot{x}(0) = 0$ のとき，伝達関数 $\boldsymbol{R}(s)$ は次のように表される．

$$\boldsymbol{R}(s) = \frac{F}{(s-\lambda_1)(s-\lambda_2)}. \tag{3.15}$$

ここで，$\lambda_1$，$\lambda_2$ は $\boldsymbol{R}(s)$ の特性根である．特性根 $\lambda_1$，$\lambda_2$ を使って，z 領域における伝達関数 $\boldsymbol{R}(z)$ は次式で表される．

$$\boldsymbol{R}(z) = \frac{e^{\lambda_1 T} - e^{\lambda_2 T}}{\lambda_1 - \lambda_2} \cdot \frac{Fz}{(z-e^{\lambda_1 T})(z-e^{\lambda_2 T})}. \tag{3.16}$$

ここで，$K > 0$，$B > 0$ から，$\lambda_1$，$\lambda_2$ は複素平面の左半面に存在する．すなわち，$|e^{\lambda_1 T}| < 1$ および $|e^{\lambda_2 T}| < 1$ であるので，$\boldsymbol{R}(z)$ の極は単位円の中に存在する．したがって，このシステムは制御周期 $T$ に関係なく安定となる．しかし，実際のシステムが制御周期に関係なく安定であるとは考えにくい．これは，通常の z 変換による安定性解析が，ソフトインターフェースを介した動的な物体操作には適用できないことを意味する．この結果，ソフトインターフェースを介した動的な物体操作では拡張 z 変換を用いて適切に表現されることが分かった．

## 3.7　実機による検証

前節までは，ソフトインターフェースを介した動的な物体操作における安定性を解析的に検証した．その結果，物質の粘性の大きさと安定最大制御周期との間にピークが存在することが分かった．本節では，これを実験的に検証する．自然界において，弾性係数が等しく粘性係数が違う物質を用意することは困難である．そこで，弾性係数が等しく粘性係数を可変に設定できる，可変動特性指先 (Variable Dynamics Fingertip : VDF) を作成した．

### 3.7.1　可変動特性指先の概要と基本特性

作成した VDF の外見を Fig. 3.9 に示す．VDF は大きく 4 つに分けて，可動部，水槽部，抵抗体，固定部からなる．可動部はリニアガイドを介してバネに連結されており，可動部の先端が物体と接触する．また，可動部には抵抗体が連結されており，この抵抗体がダンパーオイルで満たされた水槽部を移動することによって，粘性を得る．VDF の粘性係数はダンパーオイルの粘性を変えることによって変更する．固定部は水槽部，可動部とロボットハンドの指を連結している．VDF の伝達関数は標準 2 次系で表現される．Table 3.2 に作成した VDF の諸特性を示す．VDF のバネ係数 $k$ は静特性から，等価質量 $M_{VDF}$，粘性係数 $b$ は，周波数応答を調べ，固有周波数 $\omega_n$ と減衰係数 $\zeta$ から算出した．ここで，empty，#500，#1000 はそれぞれ，水槽部が空の場合，水槽部に TAMIYA 製ダンパーオイル #500，#1000 を満たした場合を示す．

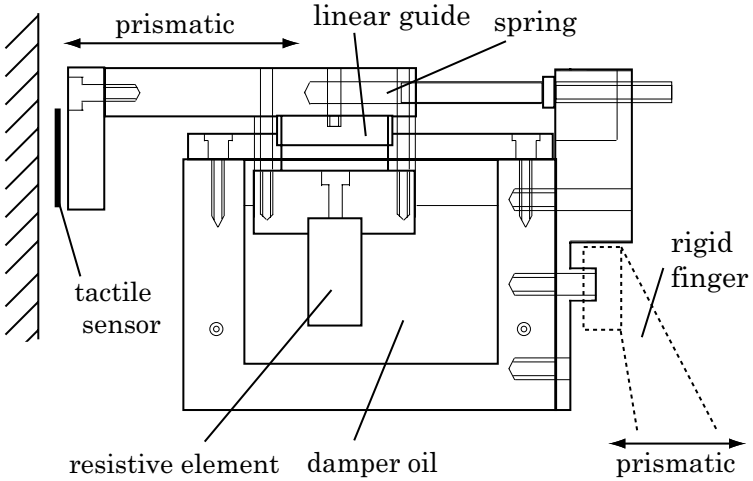



Fig. 3.9: Variable dynamics fingertip

Table 3.2: VDF dynamics

| | empty | #500 | #1000 |
|---|---|---|---|
| $M_{VDF}$ [g] | 52.7 | 52.7 | 58.2 |
| $b$ [Ns/m] | 7.3 | 9.9 | 13.5 |
| $k$ [N/m] | 2000 | 2000 | 2000 |
| $\omega_n$ [Hz] | 31.0 | 31.0 | 29.5 |
| $\zeta$ | 0.128 | 0.0231 | 0.39 |

### 3.7.2 実験

作成した VDF を，NKE 製のハンド SK-CH-2 の指先に取り付け，壁を押す実験を行った．Fig.3.10 に実験装置を示す．SK-CH-2 では，直流モータを使用しており，指はボールジョイントを介して直動する．制御則には力の P 制御を用いた．VDF の可動部の先端に固定された力センサから接触力を計測した．目標力 $F_d$ は 1.1 N である．可動部先端の位置を $x$ とした．衝突力の影響をなくすために，VDF の可動部先端が壁にちょうど触れる位置を初期状態とした．力センサの精度を考慮して，安定かどうかの判別には，エンコーダ値を使用した．指が壁を押す方向を正として，エンコーダ値が負となった時点で不安定であると判断した．力ゲイン $K_f$ は 10 とした．Fig. 3.11 に作成した VDF を用いて得た粘性と安定最大制御周期との関係を示す．この結果，安定最大制御周期が単調増加する部分については確認された．ただし，Fig. 3.11 に得られた安定最大制御周期は，Fig. 3.4 の解析から得られた値と比べて約 20 倍大きい．これは，指の駆動にボールねじを使用しているため，摩擦が大きかったことが原因として挙げられる．

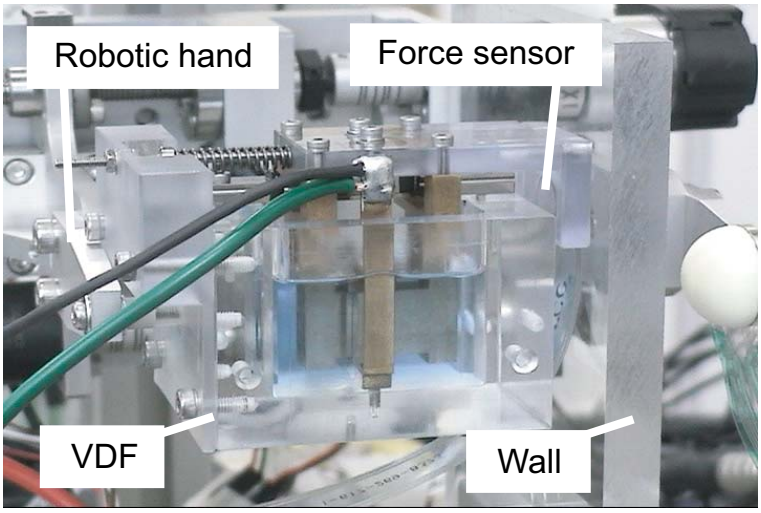



Fig. 3.10: Experimental setup

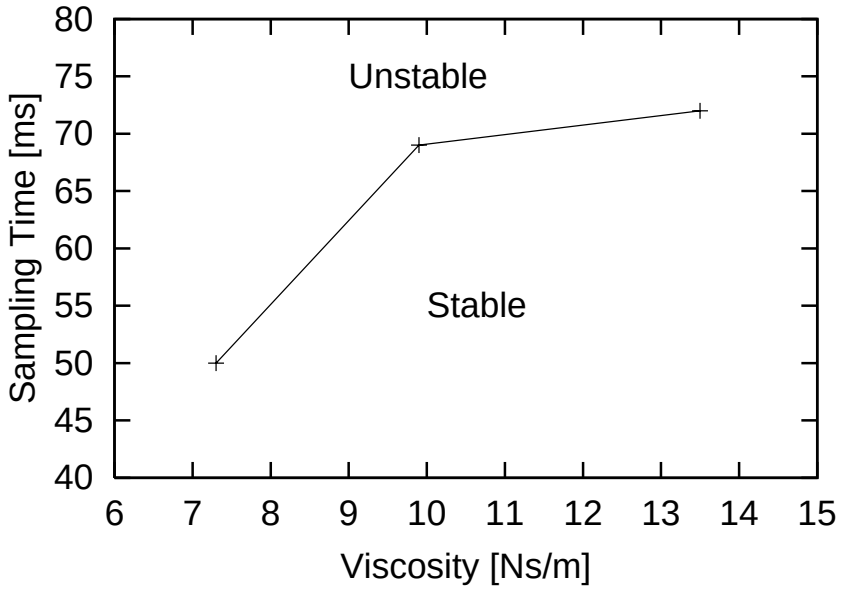



Fig. 3.11: Critical sampling time for viscosity in experiment

## 3.8　議論

ソフトインターフェースを介した動的な物体操作を連続離散時間系で解析することにより，フィードバック制御において粘性と安定最大制御周期との関係が単調でないという結果が得られた．材料学的な立場から考えると，粘性が大きくなればなるほど硬い物質と考えることができ，高周波では，直感的には制御が困難であることは分かる．しかし，単調でない関係が現れるのは，3.3 節で示した通り，制御則を含めた形で安定性を評価するからである．この意味で，本研究は材料力学と制御工学の双方にまたがる研究であり，ソフトインターフェースを介した物体操作の安定性を解析する上で基礎となる研究であるといえる．

半径 10 mm のポリウレタン製柔軟指は，約 2000 N/m の剛性と約 10 Ns/m の粘性を持つ．これらの値を用いた場合，Fig.3.11 の実験結果に示すように約 65 ms まで把持が安定となる．しかし，Fig.3.4 に示されるように，解析による結果では 2 ms より小さい制御周期でなければ把持が安定にならない．このように，実験に比べて解析によって得られた結果は，安定となる制御周期が小さい．これには，実機の摩擦や，モータやセンサが持つ動特性の影響が挙げられる．ただし，これらの要因に関する検討は，今後の課題としたい．

本研究で得られた知見は，柔軟指ハンドリングの分野以外にも応用できる．例として，柔軟物を操作する研究，人間の関節を模したフレキシブルジョイントの制御，空気圧人工筋のようなソフトアクチュエータなどが挙げられる．和田らは，布地のハンドリングを例に，位置決めすべき点を直接操作せずに，複数の点を同時に位置決めする制御則を提案している [17]．布地も粘弾性体であり，この研究もソフトインターフェースを介した動的な物体操作とみなすことができる．

粘弾性体を介した物体操作の研究があまりなされていなかった背景として，粘弾性体の測定

技術が確立していないことが挙げられる．しかし近年，肌年齢計測や触診を目的として，物質の粘弾性特性を計測する研究が行われている [38, 39]．特に，下条らが提案するバイモルフ型圧電アクチュエータを使用した粘弾性特性では，1 kHz 程度の高周波での周波数特性を計測することが可能である [39]．粘弾性測定は，粘弾性体のモデリングとも関わる問題であり，これらの研究を基盤とする粘弾性測定技術の向上が，ソフトインターフェースを介した動的な物体操作の発展に欠かせない要素である．

## 3.9 結言

本章では，ソフトインターフェースを介した動的な物体操作について，その特徴である連続離散時間系からの安定性解析を行った．本章の結論を以下に述べる．まず，線形のバネ・マス・ダンパーモデルの力制御を題材に，拡張 z 変換の考え方から，対象物は連続系，制御系は離散系として運動方程式を導出し，安定性を解析した．その結果，フィードバック制御を行う際に，系の安定性が物性の粘弾性特性に依存することが分かった．特に，粘性と安定最大制御周期の間の関係は単調でないことが分かった．これにより，弾性だけでなく，粘性も使用する物質の選定基準となることを示した．次に，通常の z 変換を用いて系の安定性を解析し，拡張 z 変換から得られた結果と比較した．その結果，連続離散時間系が適切に系を表現していることが分かった．最後に，粘性と安定最大制御周期の関係を実験的に評価した．

今後の課題としては，(1) 粘弾性特性を利用した制御則の構築，(2) 遅れを含むシステムの安定性の解析，(3) 一般化フォークトモデルへの拡張が挙げられる．連続離散時間系における解析同様，これらも，ソフトインターフェースを介した動的な物体操作を特徴付ける関係である．

# 第4章　信号遅れを含む連続離散時間系の安定性解析

## 4.1　緒言

前章では，ソフトインターフェースを介した動的な物体操作について，その系が連続離散時間系で表現されることに着目し，拡張 z 変換を用いて運動方程式を導いた．その結果，制御周期の観点からみるとフィードバック制御の安定性は，ソフトインターフェースの物性，特に粘性に依存することが分かった．

実際のフィードバックシステムでは，信号遅れが存在し，不安定の要因になることが知られている．制御システムを設計する際に，どの程度の遅れがあるかを推定し，その遅れが安定性に与える影響を検証することは重要である．多くの制御システムの場合，運動方程式を離散化し，むだ時間として遅れをモデル化し，安定性を検証する [40, 41]．この背景には，時間遅れを持つ微分方程式は，一般に超越関数となり，厳密解を持たないという事実が挙げられる [42]．しかし，ソフトインターフェースを介した動的制御は，一般に連続離散時間系で表現されるため，通常の離散解析では，安定性を正しく評価することができない．また，存在する信号遅れの大きさに対してどのような粘弾性体を使用すればよいのかなど，未知の部分が多い．このように，マニピュレータと対象物の間に粘弾性体が存在するシステムで動的な物体操作を行う場合に，信号遅れを含めて定式化を行い，システムの諸特性と遅れを関連付けて評価した研究は見受けられない．通常，遅れのある制御システムでは，遅れの大きさを推定し，スミス法等から補償を行うが [43]，ソフトインターフェースを介した動的な物体操作では，使用する物質の粘性を正確に推定することが難しい．この観点からも，遅れに対して使用する物性が与える影響がどのような傾向を示すかを検証することは意義深い．

そこで，本章では，ソフトインターフェースを介した動的な物体操作に対して，信号遅れを含む系を定式化し，その安定性を検証する．まず，位置制御を例としてソフトインターフェースを介するシステムのタイミングモデルを示す．次に，そのモデルに基づき，信号遅れを含む運動方程式を，対象物は連続系，制御系は離散系で表現されることを利用して導く．ここで，連続離散時間を考慮するために，拡張 z 変換の考え方から式を導出する．また，リアプノフ方程式を利用して，システムが安定となる最大の制御周期の観点から，1 自由度系の把持力制御を解析する．

## 4.2　遅れを含む系の定式化

本節では，Fig.4.1 に示されるような，ソフトインターフェースを介した動的制御における，信号遅れを含む系の定式化を行う．まず，位置制御を例としてソフトインターフェースを介した動的な物体操作を行うシステムのタイミングモデルを示す．次に，このモデルに基づき，遅れを考慮した運動方程式を導く．前章と同様に，連続離散時間系を拡張 z 変換を用いて表現する．

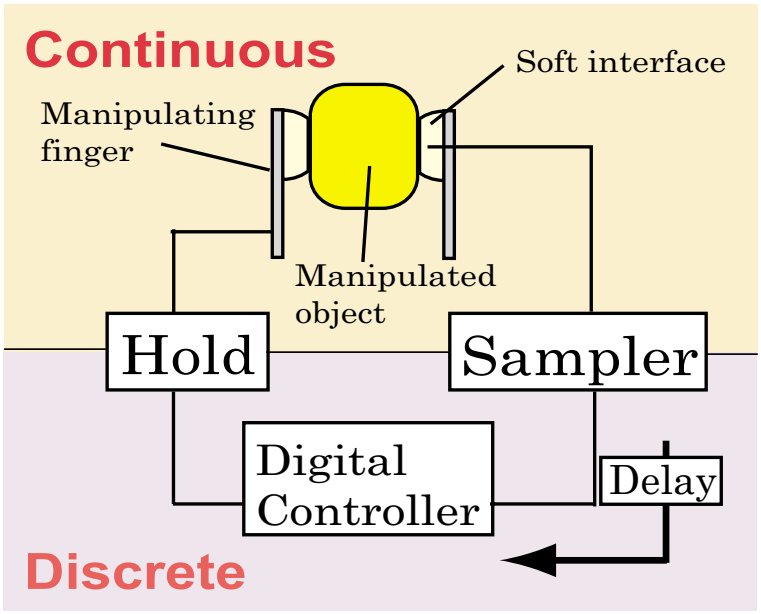



Fig. 4.1: System of dynamic manipulation through a soft interface with time delay

### 4.2.1　タイミングモデル

Fig.4.2 に，位置制御を例としたタイミングモデルを示す．Fig.4.2 では，センサとして，ダブルバッファリング方式の CCD カメラを使用することを想定している．時間 $\Delta h_j$ は，センサが信号を獲得する時間であり，添字は第 $j$ 番目のメモリバッファに信号を格納するのに要する時間を示す．NTSC 信号の CCD カメラでは $\Delta h = \Delta h_1 = \Delta h_2 = 33\mathrm{ms}$ である．メモリバッファに信号を獲得した後，メモリバッファを開放するまで次の信号を獲得することができないが，ダブルバッファ方式の CCD カメラでは，2 つのメモリバッファを交互に使用することで，33ms 毎に信号を取得することができる．時間 $\Delta e$ は，信号処理に要する時間である．また，この時間にはメモリバッファからメインメモリに信号の転送時間も含むことにする．この時間は処理する信号の量およびアルゴリズムに大きく依存する．どんなセンサを使用しても，$\Delta h + \Delta e$ の信号遅れが存在する．時間 $\Delta v$ は，信号をフィードバックするタイミングの間隔である．信号処理が終了後の次の制御周期でフィードバックを行えばよいが，解析を容易にするために，センシング時間と同様のタイミングでフィードバック信号を使用すると仮定する．これにより，信号遅れを $\Delta v$ の何倍であるかという指標で表現することが可能となる．これを遅れの回数 $d$ と呼ぶことにし，$\Delta v$ の遅れがある場合に $d = 1$ とする．時間 $\Delta c$ は，アクチュエータの制御

周期である．一般にアクチュエータの制御周期は，センシングに要する時間より短い．Fig.4.2の下部に，ソフトインターフェースを介した動的な物体操作における，位置制御を例とした場合の，位置データの推移を示す．時刻 $\Delta h + \Delta v$ の時に，時刻 0 で獲得した信号をフィードバックしてアクチュエータが動き始める．時刻 $\Delta h + \Delta v$ から時間 $\Delta v$ の間，一定のフィードバック値を使用する．その間，粘弾性体を介した対象物の位置は連続的に変化する．

このタイミングモデルに基づき，信号処理に要する時間がセンシングに要する時間より短いと仮定すると，$d = 2$ まで検証すればよいことになる．信号処理に要する時間がセンシング時間よりも長い場合には，その時間に合わせて検証する遅れの回数を大きくすればよい．

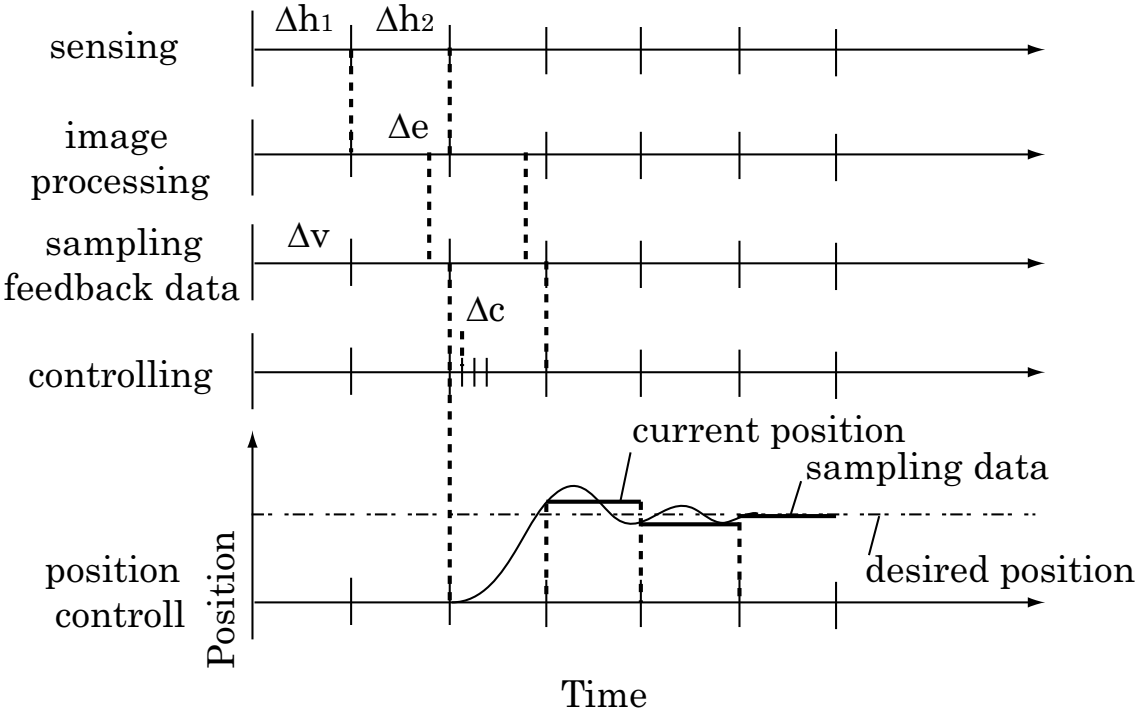



Fig. 4.2: Timing model of digital feedback system

### 4.2.2　フィードバック制御の定式化

状態変数 $\boldsymbol{X} = [x_0(t)\ \cdots\ x_i(t)\ v_0(t)\ \cdots\ v_i(t)]^{\mathrm{T}}$ を用いる．また，$n$ 回目のサンプリング時の状態変数を $\boldsymbol{X}(nT) = \boldsymbol{x}_n\ (n = 0, 1, 2, \cdots)$ とする．ここで，$T$ はフィードバックのサンプリング時間である．このとき，遅れの回数 $d$ の時の状態変数は $\boldsymbol{x}_{n-d}$ と表現される．ただし，$n - d$ が 0 以下の時は，$\boldsymbol{x}_0$ として考える．$t \in [nT, (n+1)T)$ において，求める運動方程式は，システムの連続系の部分を表す係数行列 $\boldsymbol{A} \in R^{i+1}$ と，$\boldsymbol{x}_{n-d}$ の項を含むフィードバック項 $\boldsymbol{u} \in R^{(i+1)\times 1}$ を用いて，

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{u} \tag{4.1}$$

で表現される．ここで，フィードバック項 $\boldsymbol{u}$ は，$t \in [n, n+1)$ では一定値である．この運動方程式の解は，

$$\boldsymbol{x}_{n+1} = e^{\boldsymbol{A}T}\boldsymbol{x}_n + \int_{nT}^{(n+1)T} e^{\boldsymbol{A}((n+1)T-\tau)}\boldsymbol{u}\ d\tau \tag{4.2}$$

となり，この式は級数表現を用いて，

$$\boldsymbol{x}_{n+1} = e^{\boldsymbol{A}T}\boldsymbol{x}_n + \sum_{k=1}^{\infty}\left(\frac{1}{k!}\boldsymbol{A}^{k-1}T^k\right)\cdot\boldsymbol{C}\boldsymbol{x}_{n-d} + \boldsymbol{q} \tag{4.3}$$

と整理される．ここで，$\boldsymbol{C} \in R^{i+1}$ は制御則を表現する係数行列，$\boldsymbol{q} \in R^{(i+1)\times 1}$ は $\boldsymbol{x}$ に関係しない定数項である．式 (4.3) の右辺第 2 項の級数の部分は，行列 $\boldsymbol{A}$ が正則の場合には，$\boldsymbol{A}^{-1}(e^{\boldsymbol{A}T} - I)$ と表現できる．式 (4.3) は，$\boldsymbol{X}_n = [\boldsymbol{x}_n\ \boldsymbol{x}_{n-1}\ \cdots\ \boldsymbol{x}_{n-d}]^{\mathrm{T}}$ とおくと，状態遷移行列 $\boldsymbol{P} \in R^{\{(i+1)\times(d+1)\}}$ と，不動点 $\boldsymbol{x}_*$ を用いて，

$$\boldsymbol{X}_n = \boldsymbol{P}^n[\boldsymbol{x}_0 - \boldsymbol{x}_*] + \boldsymbol{x}_* \tag{4.4}$$

と表現される．このとき，求める状態遷移行列 $\boldsymbol{P}$ は，

$$\boldsymbol{\alpha} = e^{\boldsymbol{A}T},\ \boldsymbol{\beta} = \sum_{k=1}^{\infty}\left(\frac{1}{k!}\boldsymbol{A}^{k-1}T^k\right)\cdot\boldsymbol{C} \tag{4.5}$$

とすると，$d = 0$ のとき，

$$\boldsymbol{P} = \boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\beta}. \tag{4.6}$$

$d = 1$ のとき，

$$\boldsymbol{P} = \left[\begin{array}{c|c} \boldsymbol{\alpha} & \boldsymbol{\beta} \\ \hline \boldsymbol{I} & \boldsymbol{0} \end{array}\right]. \tag{4.7}$$

$d = 2$ のとき，

$$\boldsymbol{P} = \left[\begin{array}{c|c|c} \boldsymbol{\alpha} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{\beta} \\ \hline \boldsymbol{I} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} \\ \hline \boldsymbol{0} & \boldsymbol{I} & \boldsymbol{0} \end{array}\right] \tag{4.8}$$

で表現される．ここで，$\boldsymbol{I}$ は $\boldsymbol{A}$ と同じ大きさの単位行列である．状態遷移行列 $\boldsymbol{P}$ は，$\boldsymbol{A}$，$\boldsymbol{C}$ を含み，システムの制御周期，物質の粘弾性特性，質量および制御則のゲインに依存する．このとき，この運動方程式の安定性は，状態遷移行列 $\boldsymbol{P}$ が収束行列かどうかに帰着される．

## 4.3 安定性解析

### 4.3.1 リアプノフ方程式

本節では，ソフトインターフェースを介した動的な物体操作において，信号遅れのある系の安定性を拡張 z 変換によって求めた式が，通常の離散系の解析と同様に漸化式となることを利用して解析する．すなわち，通常の離散系での手法を用いて，安定性を解析する．前節で述べた通り，ソフトインターフェースを介した動的な物体操作を表現した運動方程式が安定であるためには，状態遷移行列 $\boldsymbol{P}$ が収束行列であればよい．ここで，$\boldsymbol{P}$ に対するリアプノフ方程式は，$\boldsymbol{P}$ と同じ大きさの行列 $\boldsymbol{V}$，$\boldsymbol{W}$ を用いて，

$$\boldsymbol{V} = \boldsymbol{P}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{V} \boldsymbol{P} + \boldsymbol{W} \tag{4.9}$$

と表現される．状態遷移行列 $\boldsymbol{P}$ が収束行列であるための必要十分条件は，正定行列 $\boldsymbol{W}$ を一つ与えて式 (4.9) から $\boldsymbol{V}$ を求めたとき，$\boldsymbol{V}$ が正定行列となることである．この条件を満たすことは，行列 $\boldsymbol{P}$ の固有値 $\lambda_r (r = 1, \cdots)$ が単位円の中にすべて含まれることを意味している．

ソフトインターフェースを介した動的な物体操作における状態遷移行列 $\boldsymbol{P}$ は，システムの制御周期，ソフトインターフェースの物性値および制御則のゲインに依存する．このうち，制御周期およびゲインは制御を行う際に設定するパラメータであり，特に，制御周期はサンプル値制御特有のパラメータである．現在の制御では，機器としての制御周期の長さが問題となることはあまりないが，画像処理や多くのセンサからの並列処理など，信号処理に多くの時間を要し，制御周期を長くせざるを得ない場合がある．ここで，システムが安定となる最大の制御周期を安定最大制御周期 $T_{max}$ と定義する．以下では，$T_{max}$ と諸特性の関係を検証する．

### 4.3.2 1 自由度系把持力制御の安定性解析

本節では，1 自由度系の把持力制御の安定性を解析する．1 自由度系は，一入力一出力系に相当する．1 指の把持力制御では，運動方程式は，力ゲイン，目標把持力をそれぞれ $K_f$，$F_d$ とすると，

$$m\dot{v}(t) = -bv(t) - kx(t) + K_f(F_d - \hat{f}(t)). \tag{4.10}$$

ここで $\hat{f}(t)$ は，時刻 $nT$ における力のフィードバック値である．区間 $t \in [nT, (n+1)T)$ における力のフィードバック値は，時刻 $nT$ に測定した指先の発生力である．したがって，

$$\hat{f}(t) = b\dot{x}(nT) + kx(nT), \quad n = \left| \frac{t}{T} \right|. \tag{4.11}$$

従って，$\boldsymbol{A}$，$\boldsymbol{C}$ は，$K = k/m$，$B = b/m$ と置きなおすと，

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -K & -B \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -K_f K & -K_f B \end{bmatrix} \tag{4.12}$$

となる．Fig.4.3〜4.6 に，1 自由度系の把持力制御の場合の最大安定制御周期 $T_{max}$ とソフトインターフェースを介した動的制御の諸特性との関係を示す．ここでは，可変でない場合の基準

のパラメータとして，$m$=0.11 kg，$k$=2000 N/m, $b$=1.0 Ns/m，$K_f$=10 を使用した．タイミングモデルに基づき，$d = 2$ までの結果を示している．これらのグラフでは，境界線より下の領域では，システムが安定になることを示している．従って，境界線より上の領域でのパラメータの組み合わせではシステムは発散してしまう．これらのグラフから，遅れを含む場合にも遅れのない場合と同様に，$b - T$ グラフにおいて境界線が単調なグラフとならないなどの特徴的な傾向は存在する．しかし，その影響は遅れが存在することにより，小さくなることが確認される．また，$d = 0$ と $d = 1$ のグラフにおける安定最大制御周期の差と，$d = 1$ と $d = 2$ のグラフにおける安定最大制御周期の差では，後者の方が明らかに小さい．これは把持力制御において，遅れの量よりも，遅れが存在するかどうかの方が安定性に与える影響が大きいことを示唆している．

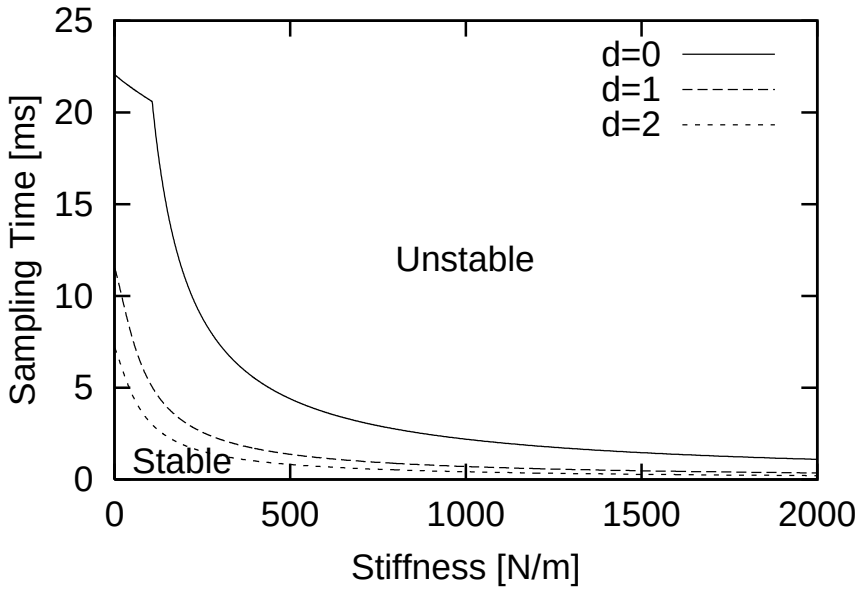



Fig. 4.3: Critical sampling time for parameters of a soft interface system with/without time delay ($k-T$graph)

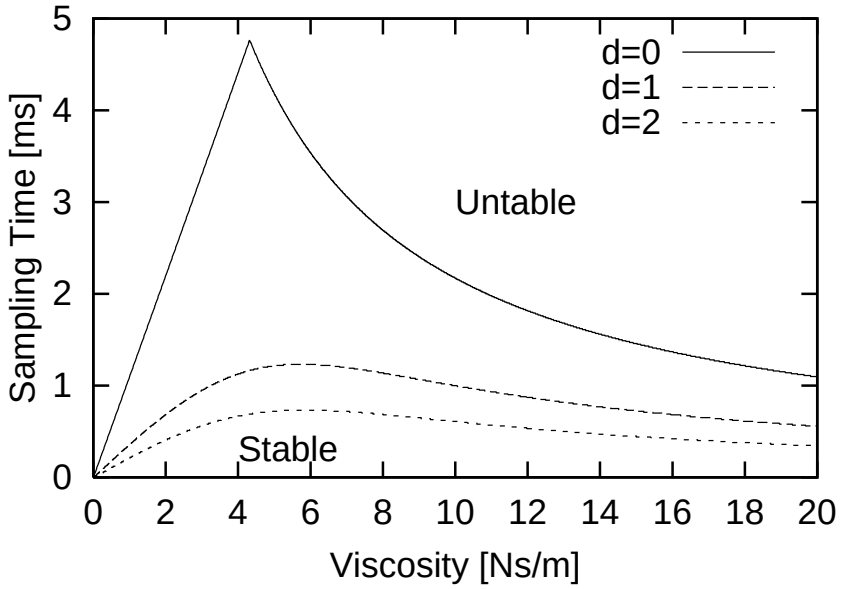



Fig. 4.4: Critical sampling time for parameters of a soft interface system with/without time delay ($b-T$graph)

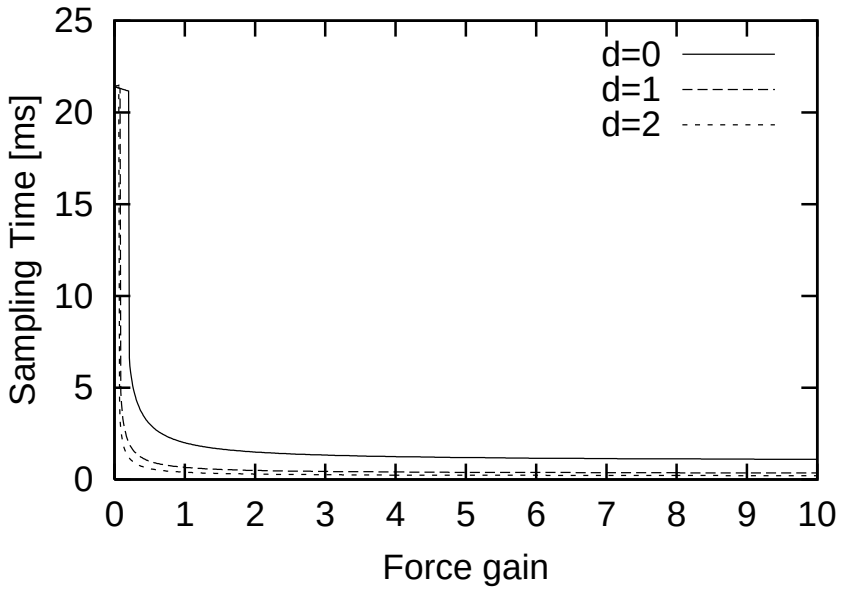



Fig. 4.5: Critical sampling time for parameters of a soft interface system with/without time delay ($K_f - T$graph)

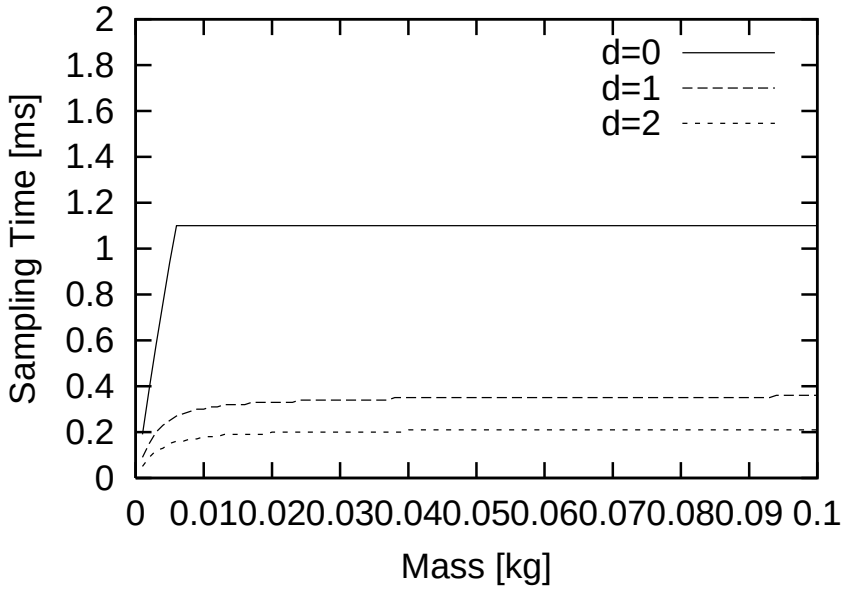



Fig. 4.6: Critical sampling time for parameters of a soft interface system with/without time delay ($m - T$graph)

## 4.4 結言

本章では，ソフトインターフェースを介した動的な物体操作について，現実的なフィードバックシステムで問題となる時間遅れを考慮した安定性解析を行った．本章の結論を以下に述べる．まず，ソフトインターフェースを介した動的な物体操作について，一般的なデジタル制御を行った場合のタイミングモデルを示した．このモデルに基づき，対象物は連続系，制御のサンプリングは離散系で表現されることに着目し，拡張 z 変換を用いて遅れを考慮した定式化を行った．また，1 自由度系の把持力制御を題材に，安定性解析を行った．その結果，遅れのない場合に得られた結果と同様，安定性がソフトインターフェースの特性，および制御則に依存し，その傾向は概ね変わらないが，その影響は遅れを考慮することにより，小さくなることが確認された．

今後の課題としては，(1) 粘弾性特性を利用した制御則の構築，(2) 非線形の粘弾性特性を考慮した安定性解析，(3) 一般化フォークトモデルへの拡張が挙げられる．また，高速サンプリングが実現可能な CMOS + FPGA ビジョン [44] を用いて，遅れに対する定量的な評価を行う予定である．

# 第5章　結論

本論文では，柔軟体を含む動的な物体操作，特にマニピュレータと対象物の間に粘弾性体が存在する物体操作を，ソフトインターフェースを介した動的な物体操作と名付け，その特徴を明らかにし，従来の柔軟物操作の研究で見落とされてきた，柔軟物に特有な制御法の構築，定式化および安定性の解析を試みた．本論文により得られた知見を以下にまとめる．

まず，ソフトインターフェースを介した動的な物体操作の典型例である，粘弾性体に対する位置と変形の同時制御について安定性の解析を行った．その結果，以下の知見が得られた．

- 操作量に力を用い，それぞれの操作点に対して最も近い位置決め点の情報をフィードバックすることによって，粘弾性体の位置と変形が同時に制御可能であることが分かった．特に，PID 制御の要素のうち，システムの収束に最も重要な要素が粘性要素であり，速度ゲインをある範囲内で設定しなければいけないことが分かった．

- 柔軟体の制御であるために，遠点に対する制御を行うことができる．このとき，位置決め点を収束させる制御則が存在することが分かった．しかし，遠点に対する制御では，位置決め点が目標位置に収束する制御が実現できないため，近点に対する制御を用いる方が有効であることが分かった．

- 柔軟体の制御であるために，操作量に位置を与えることができる．このとき，位置決め点を収束させる制御則が存在することが分かった．特に，I 制御のみで位置決め点が目標位置に収束することが分かった．

- 操作量として力を用いる場合は，物質の粘性，制御則の粘性要素の両方がシステムの安定に必要であることが分かった．また，操作量として位置を用いる場合は，制御則に粘性要素が存在すれば，速度ゲインを適切に設定することでシステムが安定するということが分かった．

次に，ソフトインターフェースを介した動的な物体操作は，一般に，連続離散時間系で表現されることを示した．また，線形のバネ・マス・ダンパーモデルの力制御を題材に，拡張 z 変換の考え方から，対象物は連続系，制御系は離散系として運動方程式を導出し，安定性を解析した．さらに，通常の z 変換を用いた系の安定性との比較を行った．その結果，以下の知見が得られた．

- フィードバック制御を行う際に，系の安定性が物性の粘弾性特性に依存することが分かった．特に，粘性と安定最大制御周期の間の関係は単調でないことが分かった．

- 系の安定性が粘弾性体の物理パラメータに依存しているという特徴が，連続離散時間系を考慮したことによって導かれたものであることを示した．

これにより，ソフトインターフェースを介した動的な物体操作では，弾性だけでなく，粘性も使用する物質の選定基準となることを示した．また，粘性と安定最大制御周期の関係を実験的に評価した．

最後に，ソフトインターフェースを介した動的な物体操作に関して，現実的なフィードバックシステムで問題となる信号の時間遅れを考慮した安定性解析を行った．その結果，遅れのない場合に得られた結果と同様，安定性がソフトインターフェースの特性，および制御則に依存し，その傾向は概ね変わらないということが分かった．

以上が，本論文で得られた知見であるが，柔軟物の動的な操作の解析に関して，本論文で明らかにされていない部分はまだ広く存在している．今後の更なる研究において，このような研究の結果の蓄積・集積を行うことで，動的な柔軟物操作の統一的な解析が実現されることを強く期待している．

# 謝辞

本研究を遂行するにあたり，非常に多くの方々にお世話になりました．ここに感謝の意を表します．

はじめに，立命館大学理工学部ロボティクス学科 平井慎一教授には，修士院生からの指導教員として，終始かわらぬご指導および励ましの言葉を賜りました．誠にありがとうございました．特に，研究者として右も左も分からぬ私に，研究者としての基本的な心構え，ものの考え方など，多くのことをご教授いただきました．また，先生の教育者としての姿勢に触れ，多くのことを学びました．

また，前田浩一教授，野方誠助教授，小澤隆太講師には，平素より様々なご助言を賜りました．ゼミを通じ，本論文を作成するにあたって貴重なご意見を賜りました．心より感謝の意を表します．さらに，本研究を進めるにあたり，当時の本学研究員である，金丙鎬博士，Anand Vaz 博士には折に触れて温かい助言をいただきました．この場を借りて御礼申し上げます．

一方，本研究を遂行するに当たり，本学 平井研究室の多くの院生，学部生のみなさんにも終始有意義なご意見を賜りました．特に，当時の卒研生および修士院生であった，浪越久充さん，前橋みらいさん，豊田将隆さん，橘孝司さん，藤井郁夫さん，上段数馬さん，日野太輔さん，吉村尚洋さんには，同じ研究グループとして筆舌に尽くしがたいほどのご協力を賜りました．また，博士課程後期の同僚として井上貴浩氏にもお世話になりました．ここに，深い感謝の意を表します．さらに，本学 前田研究室，野方研究室，有本・川村研究室の多くの院生の方々にも多くの貴重なご意見を賜りました．また，和歌山県工業技術センター 徳本真一博士，札幌市立大学 三谷篤史博士，本学 塩澤成弘博士，国際レスキューシステム研究機構 武村史朗博士，東海大学 坂上憲光博士には，博士後期課程のよき先輩として，日頃より種々のご助言をいただきました．心より御礼申し上げます．

さらに，日常生活の面で，研究成果を十分にあげられるよう，精神的な援助を多くの方々に賜りました．学校生活において，畠中真理さんには，平井研究室の秘書として，研究活動のサポートをしていただきました．心より御礼申し上げます．また，私生活において，精神的支えとなった多くの友人たちに深く感謝いたします．特に，工学系の異分野で活躍する友人として，松林淳子さんは，学部生時代からの同期として長年に渡り，よい刺激を受ける存在でした．

最後に，これまでの私のすべてを支えてくれた家族に，心より感謝いたします．

# 参考文献


[1] M.R. Cutkosky: "*Robotic Grasping and Fine Manipulation*", Kluwer Academic Publishers, 1985.

[2] M. Mason and K. Salisbury: "*Robot Hands and Mechanics of Manipulation*", MIT Press, 1986.

[3] R. Murray, Z. Li and S. Sastry: "A mathematical introduction to robotic manipulation", CRC Press, 1999.

[4] 金子，今村，横井，谷江: "摩擦を考慮した多指ハンドの剛性モデルによる安定把握解析"，日本ロボット学会誌，Vol.7, No.3, pp.49-59，1989.

[5] 永井，吉川: "多指ハンドの適応把握"，日本ロボット学会誌，Vol.11, No.1, pp.111-120，1993.

[6] 並木，石川: "視触覚フィードバックを用いた最適把握行動"，日本ロボット学会誌，Vol.18, No.2, pp.103-111，2000.

[7] 相山，稲葉雅幸，井上博允: "グラスプレス・マニピュレーションの研究：操作形態の分類とピボット操作の実現"，日本ロボット学会誌，Vol.14, No.1, pp.114-121，1996.

[8] 小俣，永田: "多指ハンドによるパワーグラスプの力学的特性", 日本ロボット学会誌，Vol.13, No.4, pp.77-83，1995.

[9] 余，竹内，吉川: "ロボットハンドによるパワーグラスプの最適化"，日本ロボット学会誌，Vol.17, No.4, pp.101-110，1999.

[10] 横小路，坂本，吉川: "ソフトフィンガー型の多指ハンドによる物体の操りのための接触点における摩擦モーメント補償"，日本ロボット学会誌，Vol.17, No.6, pp.122-132，1999.

[11] 横小路，坂本，吉川: "カメラ画像を併用した多指ハンドにより操られる物体の位置姿勢推定法—ソフトフィンガー型ハンドによる操り制御への適用—"，日本ロボット学会誌，Vol.18, No.3, pp.93-102，2000.

[12] S. Arimoto, P.T.A. Nguyen, H.Y. Han, and Z. Doulgeri: "Dynamics and control of a set of dual fingers with soft tips", *Robotica*, Vol. 18, No. 1, pp. 71-80, 2000.

[13] S. Arimoto, K. Tahara, M. Yamaguchi, P.T.A. Nguyen and H-Y. Han: "Principle of superposition for controlling pinch motions by means of robot fingers with soft tips", *Robotica*, Vol.19, No.1, pp.21-28, 2001.

[14] S. Arimoto, Z. Doulgeri, P.T.A. Nguyen, and J. Fasoulas: "Stable pinching by pair of robot fingers with soft tips under the effect of gravity", *Robotica*, Vol.20, No.1, pp. 1-11, 2002.

[15] 長瀬，中島，早川，傍島: "ソフトフィンガーを用いた対象物の把握・操りの制御"，計測自動制御学会論文集，Vol.40, No.5, pp.518-527，2004.

[16] 平井: "柔軟物操作"，日本ロボット学会誌，Vol.16，No.2，pp.136-139，1998.

[17] 和田，平井，川村: "伸縮柔軟物体上の複数点の間接的同時位置決め作業の実現", 日本ロボット学会誌，Vol.17，No.2，pp.126-134，1999.

[18] 小野，喜多，坂根: "視触覚を用いた輪郭情報に基づく折れ重なった布生地の展開"，日本ロボット学会誌，Vol.15，No.2，pp.275-283，1997.

[19] 遠藤，松野: "2 リンク柔軟アームに対する PDS 制御器の局所漸近安定性"，計測自動制御学会，Vol.41, No.3, pp.226-233，2005.

[20] 松野: "フレキシブル・マニピュレータの力制御", 日本ロボット学会誌，Vol.12，No.2，pp.24-31，1994.

[21] D. W. Meer, S. M. Rock: "Experiments in Object Impedance Control for Flexible Objects", *Proc. Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp.1222-1227, 1994.

[22] A. M. Howard and G. A. Bekey: "Intelligent Learning for Deformable Object Manipulation", Autonomous Robots, Vol.9, pp.51-58, 2000.

[23] A. Watt: "3D Computer Graphics", *Addison-Wesley*, 2000.

[24] 久田: "有限要素法によるモデリング"，日本ロボット学会誌，Vol.16, No.2, pp.140-144，1998.

[25] K. Suzumori at el.: "An optimum design of fiberless FMA", "*IEEE/ASME Transaction on Mechatronics*", vol.2, no.4, 1997.

[26] A. Vaz, and S. Hirai: "A Simplified Model for a Biomechanical Joint with Soft Cartilage", "*Proc. 2004 IEEE Int. Conf. on Systems, Man, and Cybernetics*", 2004.

[27] K.B. Shimoga, and A.A. Goldenberg: "Soft Robotic Fingers: Part I. A Comparison of Construction Materials", *International Journal of Robotics Research*, pp. 320-334, 1996.

[28] K.B. Shimoga, and A.A. Goldenberg: "Soft Robotic Fingers: Part II. Modeling and Impedance Regulation", *International Journal of Robotics Research*, pp. 335-350, 1996.

[29] S. D. Eppinger, W. P. Seering: "Three Dynamics Problems in Robot Force Control", Proc. of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp.392-397, 1989.

[30] 田中，石川，浪花: "現代制御の基礎"，森北出版，1999.

[31] 井村: "システム制御のための安定論"，コロナ社，2000.

[32] 吉川，梅野: "対象物体のダイナミクスを考慮した動的ハイブリッド制御"，日本ロボット学会誌，Vol.11，No.8，pp.125-131，1993.

[33] S. Arimoto: "CONTROL THEORY OF NON-LINEAR MECHANICAL SYSTEMS", *Oxford Science publications*，1996.

[34] 有本: "新版 ロボットと力学の制御"，朝倉書店，2002.

[35] 大須賀，松野: "マニピュレータにおける受動性のロバスト性について"，日本ロボット学会誌，Vol.19, No.1, pp.75-80，2001.

[36] 若松，妻屋，荒井，平井: "結び／解き操作を含めた線状物体のマニピュレーション"，日本ロボット学会誌，Vol.23，No.3，pp.72-79，2005.

[37] E.I. Jury: "SAMPLED-DATA CONTROL SYSTEMS", John Wiley & Sons, Inc., 1958.

[38] 金子，徳田，川原: "軸心共有型非接触インピーダンスセンサを用いた肌年齢推定", 計測自動制御学会システムインテグレーション部門講演会論文集, 2003.

[39] 安彦，久保，下条: "バイモルフ型圧電アクチュエータを用いた材質センシングに関する研究", 日本機械学会ロボティクス・メカトロニクス講演会'04 講演会論文集, 2004.

[40] Y. Liu, A. W. hoover, and I. D. Walker: "A Timing Model for Vision-Based Control of Industrial Robot Manipulators", *IEEE TRANSACTIONS ON ROBOTICS*, Vol.20, No.5, 2004.

[41] S. H. Kim, J. S. Choi, and B. K. Kim: "Visual Servo Control Algorithm for Soccer Robots Considering Time-delay", *Intelligent Automation and Soft Computing*, Vol.6, No.1, pp.33-43, 2000.

[42] 内藤，原，日野，宮崎: "タイムラグをもつ微分方程式", 牧野書店, 2002.

[43] 渡部: "むだ時間システムの制御 ", コロナ社, 1993

[44] 高橋, 清水, 平井: "高速ビジュアルフィードバックによるフレキシブルアームの先端位置制御", 計測自動制御学会システムインテグレーション部門学術講演会, pp.178-179, 2004.

# 関連研究

## 論文

1. 柴田瑞穂，平井慎一，”ソフトインターフェースを介した動的な物体操作における連続離散時間系を基にした安定性解析”，日本ロボット学会誌，Vol.24, No.3, pp.349-355, 2006.

2. Mizuho Shibata, Shinichi Hirai, ”Modeling and Stability Analysis of Dynamic Control through A Soft Interface”, Journal of Robotics and Mechatronics, Vol.18, No.3, pp. 242-248, 2006.

3. 柴田瑞穂，平井慎一，”粘弾性体の位置と変形の同時制御 –1 次元粘弾性体の位置決め可能性–”，日本ロボット学会誌，掲載決定.

## 査読付き国際学会

1. Mizuho Shibata, Shinichi Hirai, ”Stability and Graspability Analysis in Grasping Task Taking Fingertip Dynamics into Consideration”, Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, pp.3686-3691, 2004.

2. Mizuho Shibata, Shinichi Hirai, ”Stability Analysis for Dynamic control on Contact with Soft Interface in Continuous-discrete Time System”, Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, pp.1628-1633, 2005.

3. Mizuho Shibata, Shinichi Hirai, ”Soft Object Manipulation by Simultaneous Control of Motion and Deformation”, Proceedings of the 2006 IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp.2460-2465, 2006.

## 国内学会 (口頭発表)

1. 柴田瑞穂, 平井慎一, ”柔軟材料の粘性を利用した把持力制御における把持可能性の解析”, SICE SI 2004.

2. 柴田瑞穂, 平井慎一, ”ソフトインターフェースを介した動的制御における時間遅れを考慮した安定性解析”, 第23回日本ロボット学会講演集 (CD-ROM:3C14), 2005.

## 国内学会 (ポスターセッション)

1. 柴田瑞穂, 平井慎一, ”柔軟指ハンドを用いた把持力制御における安定性と把持可能性の解析”, ロボティクス・メカトロニクス講演会'04.

2. 柴田瑞穂, 平井慎一, ”ソフトインターフェースを介した物体操作のモデル化と安定性解析”, ロボティクス・メカトロニクス講演会'05.

3. 柴田瑞穂, 平井慎一, ”粘弾性物体の位置と変形の同時制御”, ロボティクス・メカトロニクス講演会'06.

# その他の研究

## 国内学会（口頭発表）

1. 柴田瑞穂，平井慎一，”視覚ベースハンドリングのための速度追従法によるリアルタイム軌道計画”, SICE SI 2001.
2. 柴田瑞穂, 平井慎一, 前橋みらい, ”タクタイルセンサを用いた 2 指ハンドによる把持制御”, SICE SI 2002.
3. 柴田瑞穂，日野太輔，上段数馬，平井慎一, ”Loosely Coupled Joint の試作とモデル化”，SICE SI 2005.

## 国内学会 (ポスターセッション)

1. 柴田瑞穂, 平井慎一, ”視覚ベースハンドリングのための速度追従法による平面運動物体の把持”，ロボティクス・メカトロニクス講演会’02.
2. 柴田瑞穂, 平井慎一, 前橋みらい, ”タクタイルセンサを有する柔軟指ハンドを用いた物体ハンドリング”, ロボティクス・メカトロニクス講演会’03.
3. 日野太輔，柴田瑞穂，上段数馬，平井慎一, ”視覚フィードバックによる Loosely Coupled Joint の角度制御”，ロボティクス・メカトロニクス講演会’06.