線状柔軟物体のマニピュレーションにおける形状分岐現象のモデリング

° 和田隆広 y　若松栄史 z　Brenan J. McCarragher¤　平井慎一 ¤¤　米澤毅 ¤¤

y 香川大学工学部　z 大阪大学工学部

¤ Fac.of Engineering, Australian National Univ.　¤¤ 立命館大学ロボティクス学科

Email: wachan@robot.club.ne.jp

Modeling of Shape Bifurcation Phenomena in Manipulations of Deformable String Objects

Takahiro Wada y, Hidefumi Wakamatsu z, Brenan J. McCarragher¤,
Shinichi Hirai¤¤, and Takeshi Yonezawa¤¤

y Fac.of Engineering, Kagawa Univ.　z Faculty of Engineering, Osaka Univ.

¤ Fac.of Engineering, Australian National Univ.　¤¤ Dept. of Robotics, Ritsumeikan Univ.

Abstract

A systematic approach to the modeling of deformable rodlike objects is presented. Various rodlike objects such as cords and wires are manipulated in many manufacturing processes. In such processes, it is important for successful manipulation to evaluate their shapes on a computer in advance because their shapes can be changed easily and their deformation often shows hysteresis properties. In this paper, we will develop an analytical method to model the shape of deformable rodlike objects including hysteresis properties. First, we will investigate the mechanism of hysteresis. Second, the potential energy of a rodlike object and the geometric constraints imposed on it are formulated. The shape of the object can be derived by minimizing the potential energy under the geometric constraints. Thirdly, a procedure to compute the shape of a deformed rodlike object is developed by applying a nonlinear programming technique. Finally, we show some numerical examples with hysteresis using our proposed method.

1 はじめに

多くの生産現場において，ゴム，ワイヤ，布地等の柔軟物体を取り扱う作業が存在する．柔軟物体を操作するために，物体の変形を利用することが多い．一方，柔軟物体の変形を予測できなければ，不適切な変形のために作業に失敗することも多い．そこで，事前に物体の変形を予測して，効果的に作業を実現するために，柔軟物の変形モデリングが重要となる．特に，ワイヤ等の線状物体は小さな力で容易に変形するため，その変形をモデリングすることが望まれている．

フレキシブルビームやワイヤのような線状物体のモデリングやマニピュレーションに関する研究が従来より多くなされている．Zheng et al. は，ビームを穴に挿入するための作業戦略を導いた [1]．著者らは，線状物体の静的な変形をモデリングする手法を提案している [2]．Nakagaki et al. は，電線を穴に挿入するために，電線のモデルと視覚センサを併用する手法を提案した [3]．Nishinari は，線状物体のモデル化を行い，ループ構造の解析を行った [4]．この論文では線状物体の 2 次元平面内での変形しか取り扱っておらず，物体のねじり等が記述できない．しかしながら，ループ構造は，本質的には物体の 3 次元空間内でのねじり等によって発生するため，この研究では不十分である．

実際の線状物体マニピュレーションにおいて，物体に同じ拘束条件を与えても操作の経路によって様々な形状をとることが確認されている．本研究ではこれを形状分岐現象と呼ぶ．線状物体マニピュレーションにおいて，物体の変形を事前に予測するためには，この形状分岐現象をモデル化する必要がある．

そこで本稿では，線状物体の変形形状を，形状分岐現象を含めてモデル化する手法を提案する．

本稿の内容は次の通りである．まず，実験により，形状分岐現象の例を示す．次いで，形状分岐現象の発生メカニズムを解明するため，物体のエネルギに基づいた仮説を立てる．また，線状物体の変形を記述する方法を提案する．また，物体のポテンシャルエネルギ等を定義する．物体の形状は，ポテンシャルエネルギが極小値をとるよう，変化してする．シミュレーション結果により，今回提案する仮説によって，形状分岐現象が確認できることを示す．

2　線状物体における形状分岐現象

2.1　実験

まず，線状物体における形状分岐現象をメカニズム解明の第一段階として，下記の通り実験を行う．曲げ剛性 6.6×10^{-4}[Nm^2]，ねじり剛性 2.3×10^{-4}[Nm^2] の金属ワイヤを用いた．Fig.1に，実験装置の様子を示す．2 台のマニピュレータによってワイヤの両端における位置・姿勢を制御する．無変形状態において線状物体は一直線にされており，その状態を保ったまま一端を ω_0[rad] だけ回転させる．その後，物体の両端の間隔を狭める．物体の変形の様子は，2 台のカメラによって計測される．その後，両端の間隔を広げ，その様子もカメラによって計測される．

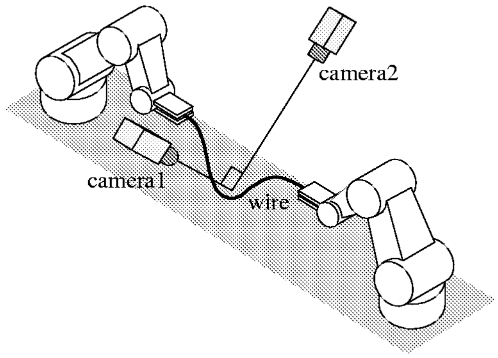


Fig. 1: Sketch of devices for experiment

形状分岐現象を含む実験結果を，Fig.2に示す．初期状態におけるねじり角は，$\omega_0 = 2.25\pi$ とした．初期ねじり角が 2π[rad] より小さいときには形状分岐現象は認められなかった．

2.2　形状分岐現象発生メカニズムの仮説

柔軟物の静的な変形では，物体のポテンシャルエネルギが極小値をとるような形状をとる．ここで，物体に様々な拘束条件が与えられた場合，物体のポテンシャルエネルギには複数のローカルミニマムが存在することに注意する．このローカルミニマムが，形状分岐現象において重要な役割を果たすと考える．つまり，拘束条件が変化し，ある形状から次の形状に移る際，次の拘束条件における形状は，現在の形状に依存するのである．著者らは，これが形状分岐現象発生メカニズムの主要因であると考える．Fig.3に，ここで提案する形状分岐現象発生メカニズムの模式図を表す．

3　線状物体の変形のモデリング

本章では，線状物体に幾何学的拘束が与えられた場合の変形形状をモデリングする．ここで，物体の持つポテンシャルエネルギは，静的な安定形状において極小値をとることに注意する．与えられた制約条件の下で，ポテンシャルエネルギが最小となるような形状を計算することにより，変形形状を求める．

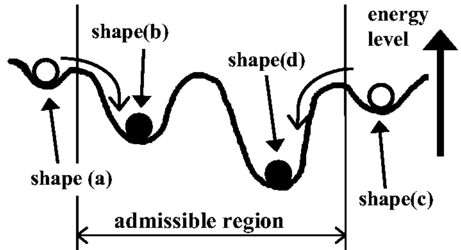


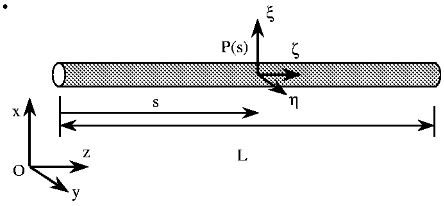
Fig. 3: Schematic image of mechanism for shape bifurcation phenomina

3.1　幾何形状の表現

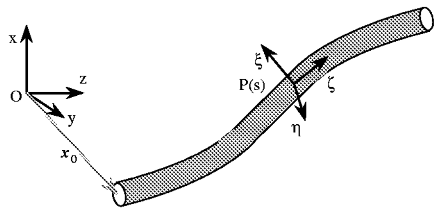
Fig.4に示すような長さ L の直線状物体の三次元空間内での変形形状の幾何表現を定式化する．作業空間内に空間座標系 $O-xyz$ をとる．ここで，物体の一端から物体に沿って測った距離を s とおく．物体上の点 $P(s)$ に，物体座標系 $P-\xi\eta\zeta$ を固定する．また，点 $P(s)$ を表す位置ベクトルを，$x(s) = [\,x(s),\ y(s),\ z(s)\,]^T$ と定義する．物体座標系 $P-\xi\eta\zeta$ の方向は，ζ 軸が物体の中心軸と一致するようにとる．さらに，無変形状態において，ξ, η および ζ 軸が x, y, z 軸と，それぞれ一致するように物体座標系の姿勢を定める．変形後の各点における座標系の回転を，オイラー角 $\phi(s), \theta(s), \psi(s)$ で表現する．このとき，座標系 $P-\xi\eta\zeta$ から $O-xyz$ への座標変換は次の回転行列により与えられる．

$$\begin{bmatrix} C_\theta C_\phi C_\psi - S_\phi S_\psi & -C_\phi C_\theta S_\psi - S_\phi C_\psi & C_\phi S_\theta \\ S_\phi C_\theta C_\psi + C_\phi S_\psi & -S_\phi C_\theta S_\psi + C_\phi C_\psi & S_\phi S_\theta \\ -S_\theta C_\psi & S_\theta S_\psi & C_\theta \end{bmatrix} \tag{1}$$

ここで，表記の簡略化のため，$C_\theta = \cos\theta$, $S_\theta = \sin\theta$ とした．



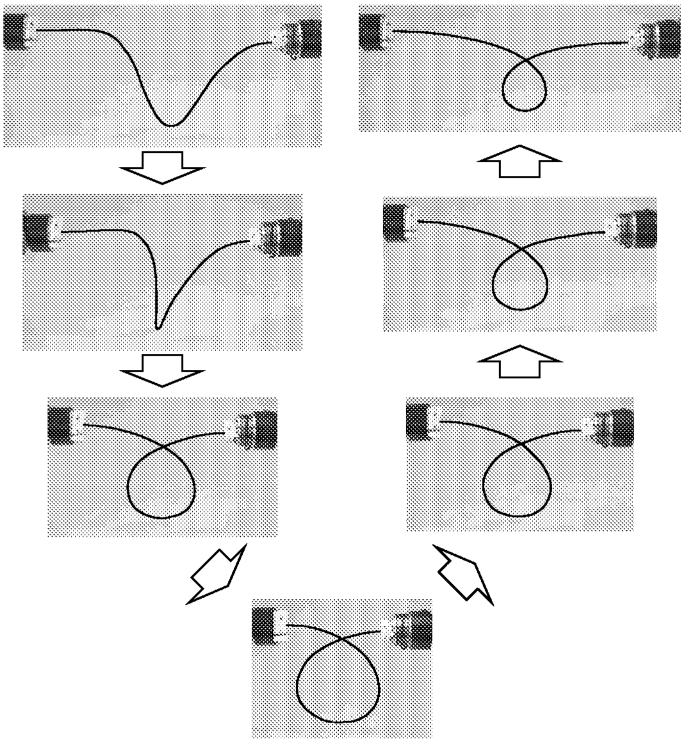
(a) natural shape



(b) deformed shape

Fig. 4: Coordinates systems describing object deformation

ここで，変形状態の点 $P(s)$ における ξ, η, ζ 軸に沿った単位ベクトルを，それぞれ $\xi(s), \eta(s), \zeta(s)$ とおく．ここで，$\zeta(s)$ が点 $P(s)$ における物体の接線ベクトル



(a) shortening the distance　　(b) lengthening the distance

Fig. 2: Experimental results with shape bifurcation in deformation ($\omega_0 = 2.25\pi$)

であることに注意する．つまり，ベクトル $\zeta(s)$ は微分 dx/ds と等しい．このとき，点 $P(s)$ の位置ベクトルは次式で与えられる．

$$x(s) = x_0 + \int_0^s \zeta(s)ds \tag{2}$$

ここに，$x_0 = [\, x_0;\ y_0;\ z_0\,]^T$ は物体の $s = 0$ における端点の位置ベクトルである．

物体の曲げ，ねじれを表現するために，物体の曲率およびねじれ率を定義する．曲率 κ およびねじれ率 ω は次式で与えられる [2].

$$\begin{aligned} \kappa^2 &= \left\|\frac{d\zeta(s)}{ds}\right\|^2 = \left(\frac{d\theta}{ds}\right)^2 + \sin^2\theta\left(\frac{d\phi}{ds}\right)^2 \\ \omega^2 &= \left\|\frac{d\xi(s)}{ds} \times \zeta(s)\right\|^2 = \left(\frac{d\phi}{ds}\cos\theta + \frac{d\psi}{ds}\right)^2 \end{aligned} \tag{3}$$

以上により，線状物体の変形形状は，オイラー角によって表現することができる．

3.2　ポテンシャルエネルギの定式化

前提条件として，物体には弾性変形のみが生じるものとし，物体は中心軸方向には伸縮しないものとする．すなわち，ポテンシャルエネルギとしては，曲げ，ねじれによるひずみエネルギと，重力による位置エネルギとを考える．各点の曲げモーメントは曲率 κ に，ねじりモーメントはねじれ率 ω に比例すると仮定すると，物体のポテンシャルエネルギ U は，次式で表すことができる．

$$U = \frac{1}{2}\int_0^L R_f\,\kappa^2 ds + \frac{1}{2}\int_0^L R_t\,\omega^2 ds + \int_0^L D x ds \tag{4}$$

ここで，R_f は曲げ剛性，R_t はねじり剛性，D は単位長さ当たりの質量を表す．

3.3　幾何学的拘束条件の定式化

物体にはハンドや作業環境によって様々な制約条件が課される．ここではそのような制約条件を定式化する．

物体上の 2 点が位置の拘束を受けている状況を考える．ベクトル $l = [\, l_x;\ l_y;\ l_z\,]^T$ を，物体の 2 点 $P(s_a)$,$P(s_b)$ の相対位置と定義する．これより，次式の拘束条件を満たさねばならない．

$$x(s_b) - x(s_a) = l \tag{5}$$

物体上のある一点 $P(s_c)$ における姿勢が制御される場合がある．姿勢の拘束条件は次式で表現できる．

$$\begin{aligned} \phi(s_c) &= \phi_c \\ \theta(s_c) &= \theta_c \\ \psi(s_c) &= \psi_c \end{aligned} \tag{6}$$

ここに，ϕ_c, θ_c, ψ_c は $P(s_c)$ に拘束として与えられたオイラー角である．

ここで，作業環境に障害物がある場合，線状物体上の任意の点は障害物の外側になくてはならない．ここで障害物の表面が関数 $h(x, y, z) = 0$ で表されているとし，障害物の内部においてこの関数値が正になるとする．このとき，線状物体が障害物の外側にあるという拘束条件は次式で表される．

$$h(x(s)) \leq 0, \quad \forall s \in [0, L] \tag{7}$$

線状物体の一部が自分自身の他の点と干渉することがある．自己干渉が生じないために，次の制約条件が課される．

$$\begin{aligned} &|x(s_i) - x(s_j)| \geq 2r, \\ &\forall s_i, s_j \in [0, L]; \ \text{s.t.} \ |s_i - s_j| \geq 2r \end{aligned} \tag{8}$$

ここに，r は線状物体の半径を表す．

[回転量の保存]

第 2 章の実験とように，線状物体の一端を 2π 回転させ，その状態を保ったままで両端の間隔を狭める状況を考える．このような状況下においては，最初に与えら得た回転量が物体内で保存される．つまり，最初にねじりとして与えられた回転量は，変形に従ってその一部が曲げ等に変化することも考慮に入れれば，変形を生じても回転量が維持されるのである．ここで，物体に与えられた回転量を，物体座標系に対する物体の回転率で記述する方法を導入する．回転率ベクトル $dr(s)/ds$ を次式で定義する．

$$\frac{dr(s)}{ds} \triangleq [dr_\xi/ds, \ dr_\eta/ds, \ dr_\zeta/ds]^T$$
$$= \begin{bmatrix} \frac{d\theta(s)}{ds}\sin(\psi(s)) - \frac{d\phi(s)}{ds}\sin(\theta(s))\cos(\psi(s)) \\ \frac{d\theta(s)}{ds}\cos(\psi(s)) + \frac{d\phi(s)}{ds}\sin(\theta(s))\sin(\psi(s)) \\ \frac{d\phi(s)}{ds}\cos(\theta(s)) + \frac{d\psi(s)}{ds} \end{bmatrix} \tag{9}$$

式 (9) において，dr_ξ/ds, dr_η/ds, dr_ζ/ds は，それぞれ ξ, η, ζ 軸まわりの物体の回転率を表す．

さらに，物体全体 ($s \in [0; L]$) を通した回転を次式で定義する．

$$f = \int_0^L \frac{dr(s)}{ds} ds \tag{10}$$

結果として，回転量はベクトル f のユークリッドノルム $\|f\|$ により表現できる．そこで，次式が制約条件として課される．

$$\|f\| = |\rho|; \tag{11}$$

ここに，ρ [rad] は，物体に与えら得た初期ねじれ角である．

一方，式 (11) だけでは，回転の符号を表現できない．回転の符号は，ζ 軸周りの回転の符号で与えられる．つまり，式 (12) によって回転の符号が表される．

$$\mathrm{sgn}(\rho) = \mathrm{sgn}\left(\int_0^L dr_\zeta(s)/ds \, ds\right). \tag{12}$$

以上により，最終的に次の制約条件を考慮に入れればよい．

$$\phi(0) = \theta(0) = \psi(0) = 0 \tag{13}$$
$$\xi(L) = [1, 0, 0]^T, \quad \eta(L) = [0, 1, 0]^T \tag{14}$$
$$\|f\| = |\rho| \tag{15}$$
$$\mathrm{sgn}\left(\int_0^L dr_\zeta(s)/ds \, ds\right) = \mathrm{sgn}(\rho) \tag{16}$$

式 (15), (16) は，物体中に与えられた回転が系に保存されるための条件を表している．式 (14) は，$s = L$ における物体座標系の姿勢が作業座標系の姿勢と一致することを意味している．

以上より，線状物体の形状は，式 (4) で表されるポテンシャルエネルギを式 (13) – (16) で表される幾何学的拘束条件の下で最小化することにより求められる．つまり，変形形状の計算は，等式および不等式拘束条件付の変分問題に帰着される．

4 変形形状の計算

4.1 計算方法

前章で述べたように，線状物体の変形形状の計算は，拘束条件付の変分問題に帰着される．本稿では，非線形計画法に基づく直接的な方法 [5] によってこの変分問題を解く．これにより停留条件に基づく Euler の解法では扱えない不等式条件等も考慮することができる．

まず，オイラー角を，基底関数 $e_1(s), e_2(s), \cdots, e_n(s)$ の線形和で表現する．

$$\begin{bmatrix} \phi(s) \\ \theta(s) \\ \psi(s) \end{bmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} a_\phi{}^T \\ a_\theta{}^T \\ a_\psi{}^T \end{bmatrix} \cdot e(s) \tag{17}$$

ここに，a_ϕ, a_θ, a_ψ はそれぞれ $\phi(s)$, $\theta(s)$, $\psi(s)$ に対応する係数ベクトルを表し，$e(s)$ は，基底関数 $e_1(s)$, $e_2(s)$, $\cdots$, $e_n(s)$ を要素とするベクトルである．ここで，全係数ベクトルを $a = [\, a_\phi{}^T, \ a_\theta{}^T, \ a_\psi{}^T \,]^T$ で定義する．式 (17) を式 (4) に代入すると，ポテンシャルエネルギ U は係数ベクトル a の関数となる．幾何拘束条件もまた，係数ベクトルの関数として表現される．

物体の形状は，与えられた拘束条件の下でポテンシャルエネルギを最小にするような，係数ベクトル a を求めることによって計算できる．この制約条件付き最適化問題は，乗数法などの非線形計画法 [6] により解くことができる．結果として得られた係数ベクトルに対応する物体の形状は，式 (2) を用いて計算できる．

4.2 エネルギ最適化のアルゴリズム

2.2 節で述べたように，どのような最適化手法によってポテンシャルエネルギを最小化するかが重要である．ここで，従来の最適化アルゴリズムはすべて，グローバルミニマムを見つけだすように開発されている点に注意されたい．換言すれば，従来手法はローカルミニマムをさけるよう設計されているのである．そのため，そのようなアルゴリズムは本研究の目的に対しては不

適切である．なぜなら，形状分岐現象を含む柔軟物の変形においては，ローカルミニマムが重要な役割を果たすからである．それゆえ，物体の変形記述における物理的意味に適した新しい最適化アルゴリズムを開発する必要がある．これは，今後の重要な課題の一つである．ここでは簡単のため，探索範囲を小さく取れば比較的ローカルミニマムに陥りやすい，Nelder-Mead 法 [6] を採用する．

5　計算例

本章では，提案する計算手法および提案する形状分岐現象メカニズムに関する仮説の妥当性を検証するために，計算例を示す．

基底関数としては次式を採用した．

$$e_1(s) = 1; \quad e_2(s) = s;$$
$$e_{2n+1}(s) = \sin\frac{n¼s}{L};$$
$$e_{2n+2}(s) = \cos\frac{n¼s}{L}: \quad (n = 1; 2; 3; 4)$$

物体の一端を固定し，他端を物体の中心軸まわりに 2¼[rad] 回転させる．両端の姿勢は操作を通じて常に固定されている．次いで，両端の間隔を狭める．その後，両端の間隔を広げていき，最終的初期状態へ戻す．

姿勢に関する拘束条件は，式 (13), (14) によって表される．2¼ 回転されたという拘束条件は，式 (15) と (16) で表現される．両端の間隔に関する拘束条件は次式で表される．

$$x(L) ¡ x(0) = [0; 0; l_z]^T \qquad (18)$$

ここに l_z は両端の間隔である．l_z を変化させることで，両端の間隔を狭め，広げる作業を表現する．

Fig.6に計算結果を示す．この図において，丸印はP(s) の位置を表しており，丸印から出ている線分は点P(s) における物体座標系の » 軸を表す．

定性的には，この計算結果はFig.2の実験結果と似ていることがわかる．つまり，両端を縮める過程の初期段階においては，物体は曲げ変形とねじれ変形を呈する．縮める過程の最後において，物体はループ構造を作る．一方，両端を広げる過程においては，縮める場合よりもループ構造を維持する区間が長い．

Fig.5に，変形におけるエネルギレベルを表す．この図より，縮める方向と，広げる方向では，エネルギレベルがことなることが読みとれる．

シミュレーション結果より，変形形状および形状分岐現象が，提案する手法により記述できることがわかった．これより，我々の提案する手法が，形状分岐現象を含む，柔軟物の変形の記述に適していることが結論づけられる．

6　まとめ

本稿では線状物体の，形状分岐現象を含む 3 次元空間における変形モデルを提案した．まず，形状分岐現象を伴う実験結果を示した．次いで，ポテンシャルエネルギに基づく，形状分岐現象発生メカニズムの仮説を立てた．その中で，エネルギ場におけるローカルミニマムの重要性を述べた．また，線状物体の形状の幾何表現方法を示した．さらに，物体のポテンシャルエネルギ，および物体に課される幾何学的拘束条件の記述方法を定式化した．その中で，物体中に与えられた回転量が保存されることを述べ，その記述法を示した．このポテンシャルエネルギおよび幾何拘束条件を用いて，物体の変形形状を，非線形計画法により計算する手法を提案した．また，形状分岐現象に重要であるローカルミニマム発生に適した手法を最適化に用いることを提案した．最後に，提案する手法を用いた計算例を示し，提案する手法により形状分岐現象を含む変形形状を記述できることが結論づけられた．

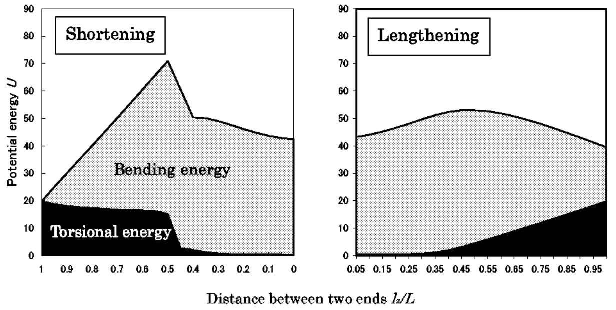


Fig. 5: Energy levels during deformation

本稿で示した手法により，線状物体のマニピュレーションの計画が可能になると期待できる．

今後の課題としては，4.2 節で述べたように，柔軟物の変形の物理的意味を考慮に入れるのに適した，新しい最適化手法の開発が挙げられる．

参考文献

[1] Zheng, Y. F., Pei, R., and Chen, C., Strategies for Automatic Assembly of Deformable Objects, Proc. of IEEE Int. Conf. Robotics and Automation, pp.2598{2603, 1991.

[2] Wakamatsu, H., Hirai, S., and Iwata, K., Modeling of Linear Objects Considering Bend, Twist, and Extensional Deformation, Proc. of IEEE Int. Conf. Robotics and Automation, pp.433{438, 1995.

[3] Nakagaki, H., Kitagaki, K., Ogasawara, T., and Tsukune, H., Study of Insertion Task of a Flexible Beam into a Hole by Using Visual Tracking Observed by Stereo Vision, Proc. of IEEE Int. Conf. Robotics and Automation, pp.3209{3214, 1996.

[4] Nishinari, K., Descrete Modeling of a String and Analysis of a Loop Solution, Tras. of ASME Journal of Applied Mechanics, Vol.65, pp.737{747, 1998.

[5] Elsgolc, L. E., Calculus of Variations, Pergamon Press, 1961.

[6] 今野，山下，非線形計画法，日科技連，pp.217{254, 1978.

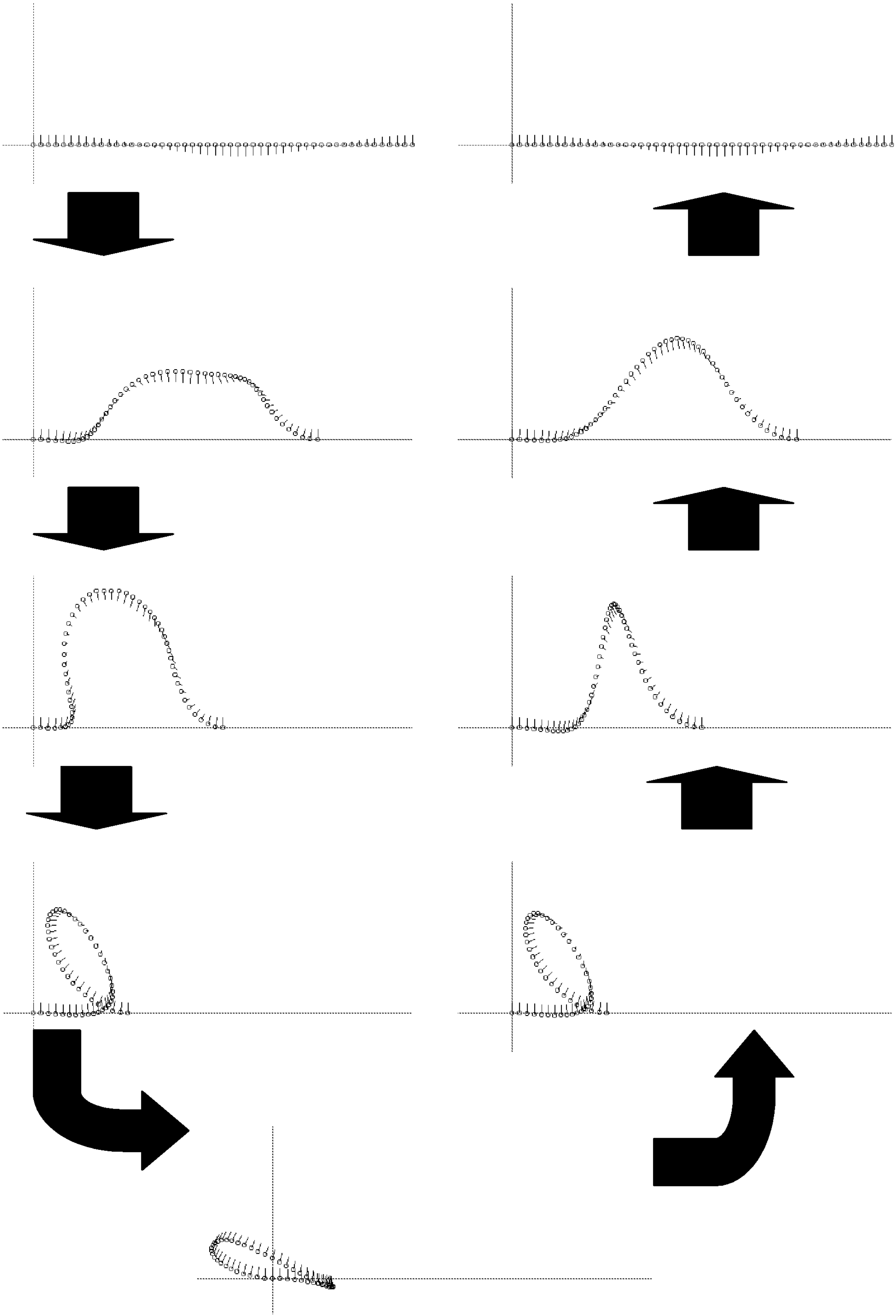


Fig. 6: Computational results with hysteresis