

三要素モデルによる粘弾性物体，塑性物体およびレオロジー物体のモデリング

友國 誠至，木村 政文，杉山 勇太，平井 慎一（立命館大学）

Modeling of viscoelastic objects, plastic objects, and rheological objects using three element models

Seiji Tomokuni, Masafumi Kimura, Yuuta Sugiyama, and Shinichi Hirai

Ritsumeikan University

Abstract: In this report, we will present a method to construct the physical models of viscoelastic objects, plastic objects, and rheological objects using three element models in a coherent manner. We introduce constraints into the ratio of voigt part. Viscoelastic objects, plastic objects, and rheological objects are modeled by setting the parameter of the three element models with constraints.

Keywords: Modeling, Deformation, Virtual

1. はじめに

これまで，現実世界に存在する様々な物体を仮想空間に表現する事を目的とした研究が精力的に進められてきた。特に，仮想的な粘弾性物体および塑性物体の表現手法については多くの研究がなされており，また，我々のグループは食品や生体組織に代表されるレオロジー物体を仮想空間に構築する手法を提案した[1]。本報告では，レオロジー的性質を持つ三要素モデルを用いて，粘弾性物体，塑性物体，レオロジー物体を統一的に扱う手法を提案する。

2. 各物体の性質

Fig.1(a)に示す形状を有する物体に外力を作用させ，Fig.1(b)の状態に変形させたとする。外力を解放すると粘弾性物体では，Fig.1(c)に示すように元の形状に戻る。塑性物体の場合は Fig.1(d)のように変形したままの形状を保つ。レオロジー物体の場合は Fig.1(e)のように，残留変位と戻り変位を生じる。

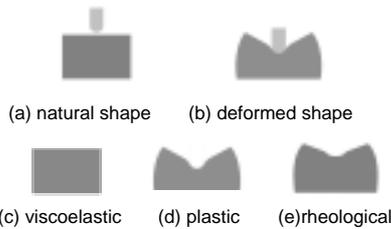


Fig.1 Viscoelastic object, plastic object, and rheological object

3. レオロジー物体の表現

本報告では，戻り変位および残留変位を表すモデルとして，Fig.2に示す三要素モデルを用いる。物体は三角形要素あるいは四面体要素を組み合わせる。各要素の頂点に質点を配し，頂点間を結ぶ稜線を三要素モデルとすることで二次元形状および三次元形状を表現する。

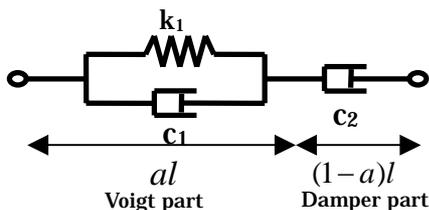


Fig.2 Three element model

次に，三要素モデルを定式化する。三要素モデルのフォークト部の比率を a とし，フォークト部の粘性係数，弾性係数，自然長を c_1, k_1, L とする。ダンパー部の粘性係数を c_2 とする。フォークト部に作用する力は次式で表される。

$$f = -K(al - L) - c_1(\dot{x} + a\ddot{x}) \quad (1)$$

同様に，ダンパー部に作用する力は次式で表される。

$$f = -c_2(-\dot{x} + (1-a)\ddot{x}) \quad (2)$$

フォークト部とダンパー部に作用する力は等しいため，(1)式および(2)式から，次式が導かれる。

$$\dot{x} = \frac{-K(al - L) - (c_1a - c_2(1-a))\ddot{x}}{(c_1 + c_2)l} \quad (3)$$

ここで，変数 a は以下の条件を満たさなくてはならない。

$$0 \leq a \leq 1 \quad (4)$$

しかし，(3)式を元に計算を行う限り，変数 a は計算過程でこの条件を逸脱する可能性がある。そこで，本報告では，変数 a に以下の制約条件を課す。

$$a_{\min} \leq a \leq a_{\max} \quad (5)$$

ここで a_{\min} ， a_{\max} は定数である。計算過程で変数 a の値を監視し，値が a_{\min} を下回った時には変数 a に a_{\min} を代入し，変数 a の値が a_{\max} を上回った場合には，変数 a に a_{\max} を代入する。

以上を元に，各質点に接続する複数の三要素モデルによって生じる力を合計し，運動方程式に基づいて各質点に加速度の計算する。質点の位置，速度，フォークト部の比率をルンゲクッタ法による数値計算で求めることで，物体の変形シミュレーションを行う。

構築したレオロジー物体の変形シミュレーションを Fig.3に示す。

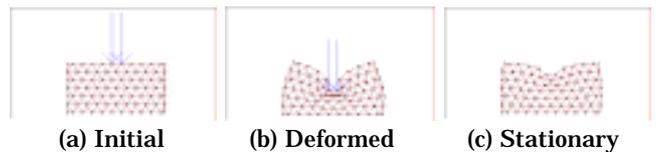


Fig.3 Simulation of rheological object

4. 粘弾性物体の表現

粘弾性は、フォークトモデルによって表現することが可能である。三要素モデルは、ダンパー部の粘性係数 c_2 の値を十分に大きな値に設定することで、フォークトモデルと同様の挙動を示す。長時間の変形シミュレーションを行う場合、ダンパー部の変形量が蓄積される可能性があるが、 a_{min} , a_{max} とともに 1 に設定することでこれを回避できる。この手法で構築した粘弾性物体の変形シミュレーションを Fig.4 に示す。

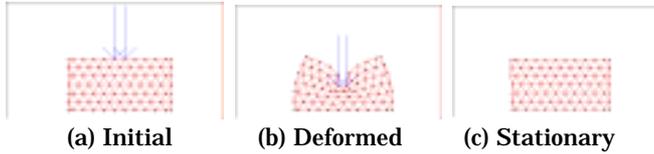


Fig.4 Simulation of viscoelastic object

5. 塑性物体の表現

塑性は、単一のダンパーによって表現することが可能である。三要素モデルは、フォークト部の弾性係数 k の値を 0 に設定することで、直列に接続した二つのダンパーとなる。この場合、三要素モデル全体の粘性係数 c は次式で表される。

$$c = \frac{c_1 c_2}{c_1 + c_2} \quad (6)$$

粘性係数として c_{damper} の値をもつダンパーを表現するには、 c_1, c_2 の値を共に c_{damper} の 2 倍に設定すればよい。この手法で構築した塑性物体の変形シミュレーションを、Fig.5 に示す。

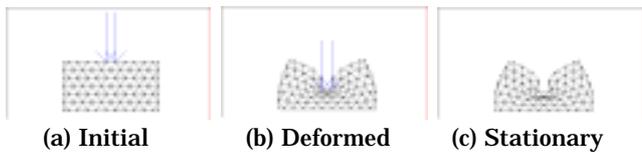


Fig.5 Simulation of plastic object

6. 力依存型ダンパー

本報告における三要素モデルは単独のダンパーを含むため、仮想空間に重力を導入すると、レオロジー物体および塑性物体の形状は時間の経過とともに崩れてしまう。そこで、弱い力に対して選択的に強い粘性を示す力依存型ダンパーを三要素モデルのダンパー部に導入することにより、重力下で形状を保つ物体を構築する事ができる。力依存型ダンパーの粘性係数 c_2 を以下の式で与える。

$$c_2 = \begin{cases} c_{max} & (f \leq f_1) \\ Ae^{-Bf} & (f_1 \leq f \leq f_2) \\ c_{min} & (f \geq f_2) \end{cases} \quad (7)$$

ここで $A, B, f_1, f_2, c_{max}, c_{min}$ は定数であり、これらは(7)式における粘性係数 c_2 の値が連続となるように設定する。

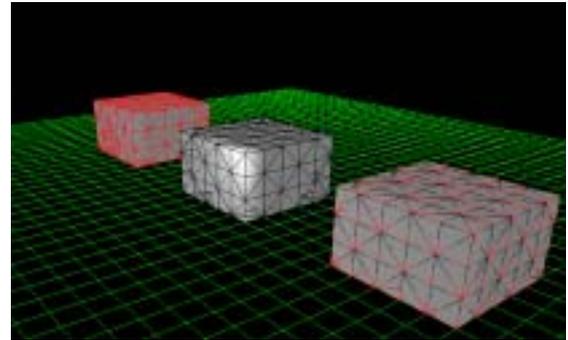
力依存型ダンパーを用いた三要素モデルを塑性物体に対して適用する場合、線形ダンパーと力依存型ダンパーが直列に連結した形となる。粘性係数 c_1 の値が c_2 よりも十分に大きな値であれば、全体の粘性係数は次式で近似できる。

$$\frac{c_1 c_2}{c_1 + c_2} \approx c_2 \quad (8)$$

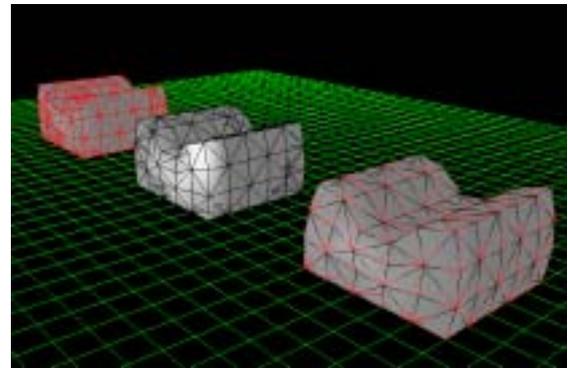
これにより力依存型ダンパーを導入した三要素モデルにおいて、単体の力依存型ダンパーと同等の挙動を表現する事が可能である。

7. 三次元物体

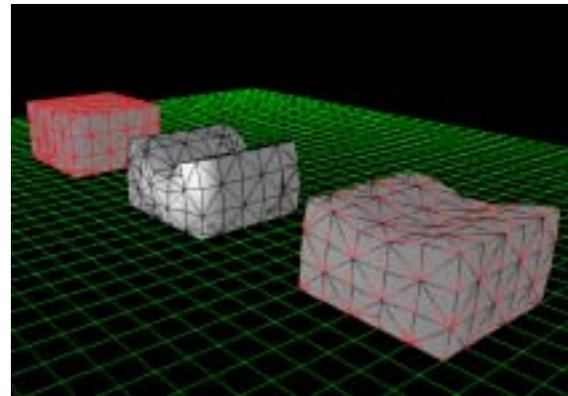
本報告で提案した手法は三次元物体にも適用できる。Fig.6 は、三次元空間における粘弾性物体、塑性物体、レオロジー物体の変形シミュレーションである。物体上面部を変形させることで物体側面部が膨らんでいることが確認できる。



(a) Initial



(b) Deformed



(c) Stationary

Fig.6 Simulation of 3D objects

8. おわりに

本報告では、粘弾性物体、塑性物体およびレオロジー物体を统一的にモデリングする手法を提案した。我々は現在、レオロジー物体の高速変形計算を目的とし、FPGA を用いた三要素モデルの並列計算回路の開発を進めている。今後は、今回提案した手法を用いることで、同一の計算回路による粘弾性物体および塑性物体の高速変形計算を目指す。

参考文献

- 1) 徳本真一, 平井慎一, 形状制御のためのレオロジー物体の変形モデリング, 日本ロボット学会誌, Vol.18, No.8, pp.87-94, 2001