柔軟物の内部変形計測による FE モデルの力学パラメータ同定

Physical parameters identification of FE model through measurement of inner deformation

○ 遠藤 和美（立命館大学），村松 潤治（立命館大学），平井 慎一（立命館大学）

Kazumi ENDO, Ritsumeikan Univ.
Junji MURAMATSU, Ritsumeikan Univ.
Shinichi HIRAI, Ritsumeikan Univ.

Abstract: This paper describes the method to identify the parameters of 2D FE (Finite Element) deformation model from the measured inner deformation of soft objects. First, we formulate 2D elastic deformation and apply FE method to compute the deformation numerically. Next, we describe the method to measure the deformation of soft objects. We propose to deform an object to be identified by another object of which physical parameters are known. During this process, inner deformation of the two objects are measured by CT or MRI technique. Soft objects are pushed by the objects which of the parameters identification is tested in advance. Finally, we formulate a method to identify the model parameters from the measured deformations.

Key words: physical parameters, identification, FE model, deformation

1　緒言

近年，手術シミュレーションにおいて，柔軟物のモデリングが必要とされている．従来の研究では，表面形状の計測が主であり，内部挙動に関しては未知である部分が多かった．そこで，超音波装置および MRI を用いた柔軟物内部の変形計測が行われている [1]．これらの力学パラメータ同定は，内部変形計測結果と変形シミュレーションを比較することにより行われている．この方法は，一様な性質を持つ物体であれば問題ない．しかし，生体組織は変形特性が非一様で，力学パラメータの値が場所により異なる．このような，非一様な変形特性の同定方法は確立されていない．

本論文では，弾性物体の FE モデルについて述べ，柔軟物の内部変形の計測結果から力学パラメータを同定する手法を提案する．また，その手法を用いてシミュレーションによる力学パラメータ同定を行う．

2　弾性体の FE モデル

FE モデルでは，Fig.1 に示すように，柔軟物体を三角形要素あるいは四面体要素の集合として表す．これにより，柔軟物の変形は個々の三角形要素や四面体要素の変形の和として表現することが可能になる．物体を三角形要素の集合で表し，三角形要素の一つを T^p とする．Fig.2 に示すように，P_i，P_j，P_k は三角形 T^p を反時計回りに辿るとする．

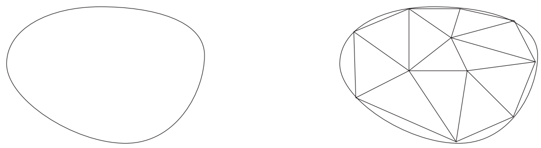
三角形要素 T^p の節点 P_i の変位を二次元ベクトル $\boldsymbol{u}_i^p$ で表す．三角形 T^p の変形は三つの節点の変位 $\boldsymbol{u}_i^p$，$\boldsymbol{u}_j^p$，$\boldsymbol{u}_k^p$ で表される．三角形 T^p の変形により節点 P_i に生じる弾性力を $\boldsymbol{f}_i^p$ で表す．非一様な弾性特性を表すために，三角形要素あるいは四面体要素ごとにラーメの定数が異なると仮定する．三角形要素 T_p のラーメの定数を λ^p ならびに μ^p で表す．なおラーメの定数は，ヤング率 E^p とポアソン比 ν^p で表すことができる．

$$\lambda^p = \frac{\nu^p E^p}{(1+\nu^p)(1-2\nu^p)}, \qquad \mu^p = \frac{E^p}{2(1+\nu^p)} \tag{1}$$

三角形 T^p の変形により各節点に生じる弾性力は

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{f}_i^p \\ \boldsymbol{f}_j^p \\ \boldsymbol{f}_k^p \end{bmatrix} = \boldsymbol{K}_p \begin{bmatrix} \boldsymbol{u}_i^p \\ \boldsymbol{u}_j^p \\ \boldsymbol{u}_k^p \end{bmatrix} \tag{2}$$

と表される．弾性行列 $\boldsymbol{K}_p$ は $\lambda^p \boldsymbol{J}_\lambda^p + \mu^p \boldsymbol{J}_\mu^p$ と表すことができる．ここで，$\boldsymbol{J}_\lambda^p$，$\boldsymbol{J}_\mu^p$ は，初期状態の節点の位置で構成される 6×6 の部分接続行列である．



(a) region　　(b) cover by triangles

Fig.1　Cover of two-dimensional region by triangles

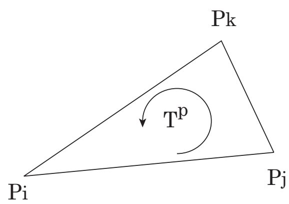


Fig.2　triangle element

3　内部変形の計測

Fig.3 に示すように，あらかじめ同定試験によって力学パラメータを求めておいた物体を用いて，柔軟物体に変形を加える．このときの内部変形の様子を超音波装置や CT，MRI を用いて撮影する．得られた画像に，オプティカルフローのアルゴリズムを用いて，内部変形の計測を行う [2]．計測結果を (2) 式に代入すると，次式のように表すことができる．

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{f}_i^p \\ \boldsymbol{f}_j^p \\ \boldsymbol{f}_k^p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_\lambda^p & \boldsymbol{A}_\mu^p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda^p \\ \mu^p \end{bmatrix} \tag{3}$$

ここで，

$$\begin{aligned} \boldsymbol{A}_\lambda^p = \boldsymbol{J}_\lambda^p \begin{bmatrix} \boldsymbol{u}_i^p \\ \boldsymbol{u}_j^p \\ \boldsymbol{u}_k^p \end{bmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_{\lambda,i}^p \\ \boldsymbol{A}_{\lambda,j}^p \\ \boldsymbol{A}_{\lambda,k}^p \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{A}_\mu^p = \boldsymbol{J}_\mu^p \begin{bmatrix} \boldsymbol{u}_i^p \\ \boldsymbol{u}_j^p \\ \boldsymbol{u}_k^p \end{bmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_{\mu,i}^p \\ \boldsymbol{A}_{\mu,j}^p \\ \boldsymbol{A}_{\mu,k}^p \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{4}$$

である．係数行列 $\boldsymbol{A}_\lambda^p$，$\boldsymbol{A}_\mu^p$ は 6×1 の行列となる．

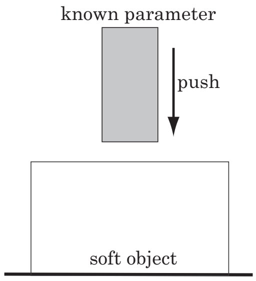


Fig.3 Pushing operation

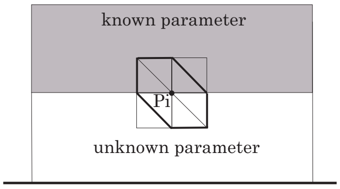


Fig.4 The method of parameters identification

4 力学パラメータの同定方法

超音波装置や CT，MRI による内部変形の計測結果から FE モデルの力学パラメータを同定する方法を述べる．ここで，力学パラメータとは，(1) 式で示したラーメの定数 λ^p，μ^p のことである．従来から，ラーメの定数を求めるために，引っ張り試験を行い，その結果からヤング率とポアソン比を求める方法が用いられている．このとき，試験片の変形とともに，試験片に印加する力を計測する必要がある．一方，生体組織に対してラーメの定数を求めるときには，力を計測することが困難である場合が多い．特に，MR 空間内に磁性体材料を持ち込むことができないため，ロードセル等の力を計測する装置を用いることができない．そこで，本章では，力を計測することなく，ラーメの定数を求める手法を提案する．

基本的な考え方は，力学パラメータが既知の物体を用いて，力学パラメータが未知の物体を変形させ，双方の内部変形を計測した結果から，未知の力学パラメータを同定するというものである．Fig.4 に示すように，力学パラメータが既知である部分（色を塗った部分）と，未知である部分（色を塗っていない部分）が接触しているとする．力学パラメータが既知である部分と未知である部分の境界上にある節点の一つを P_i で表す．節点 P_i 回りの三角形要素について考えると，節点 P_i における力のつりあいは次式で表すことができる．

$$\sum_{p \in S_i} \boldsymbol{f}_i^p = 0 \tag{5}$$

ここで，S_i は，Fig.4 において太枠で囲った領域で，節点 P_i を含む三角要素の集合である．三角要素の集合 S_i は，力学パラメータが既知である三角形要素の集合 K_i と，力学パラメータが未知である三角形要素の集合 U_i から構成される．

$$S_i = K_i + U_i \tag{6}$$

したがって，(5) 式は，

$$\sum_{p \in U_i} \boldsymbol{f}_i^p = -\sum_{p \in K_i} \boldsymbol{f}_i^p \tag{7}$$

となる．ここで，左辺は未知パラメータ λ^p，$\mu^p (p \in U_i)$ に関する一次式である．係数行列は，接続行列 $\boldsymbol{J}_\lambda^p$，$\boldsymbol{J}_\lambda^p (p \in U_i)$ と変位ベクトル $\boldsymbol{u}_i^p$，$\boldsymbol{u}_j^p$，$\boldsymbol{u}_k^p (p \in U_i)$ により表される．したがって，(7) 式を解くことにより，未知パラメータ λ^p，μ^p を求めることができる．

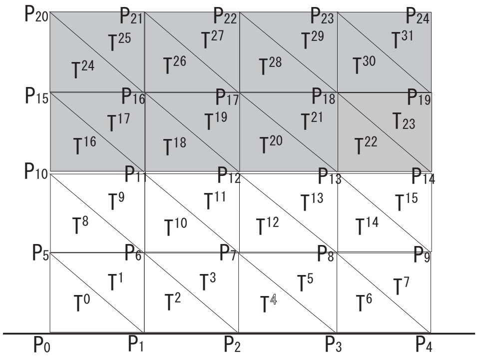
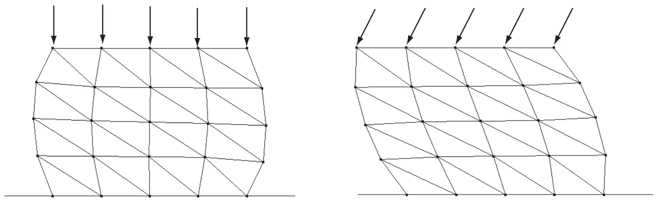


Fig.5 Example of computing physical parameters



(a) vertical force (b) aligned force

Fig.6 Example of pushing operation

Table 1 The number of parameters and equations

	parameter λ^p, μ^p (T^0, T^1, $\cdots$, T^{15})	equation (7) ($i = P_5$, P_6, $\cdots$, P_{14})
total	$2 \times 16 = 32$	$2 \times 10 = 20$

力学パラメータの計算例を Fig.5 に示す形状を用いて示す．Fig.5 は，力学パラメータが既知である三角形要素 24 個，未知である三角形要素 24 個から構成されている．形状全体の力学パラメータの未知数の数と節点における力のつりあいによる方程式の本数を Table 1 に示す．節点 P_0，P_1，P_2，P_3，P_4 における力のつりあいは，各節点が床と接触しており，床から抗力を受けるため考慮しない．Table 1 より，力学パラメータの未知数が 32 個であるのに対して，節点における力のつりあいによる方程式の本数は 20 本である．未知数の数より，方程式の本数が少ないので，パラメータを求めることができない．そこで，方程式の本数を増やすために，2 通りの方法で柔軟物体を変形させる．Fig.6 は変形方法の例である．Fig.6(a) は，物体に対して垂直方向に力を加える方法である．また，Fig.6(b) は，物体に対して斜め方向に力を加える方法である．内部変形計測を 2 通り行うことによって，方程式の本数は 20 本から 40 本に増加するため，力学パラメータを同定することができる．

次に，力学パラメータ同定の手順を Fig.7 に示す．それぞれの場合において，力のつりあいを考える節点を黒丸で示し，その節点を含む三角形要素を太枠で囲った． Fig.7(a) で，節点 P_{14} における力のつりあいを考える．節点 P_{14} を含む三角形要素の集合 S_{14} は，

$$S_{14} = \{T^{23},\ T^{22},\ T^{15}\} \tag{8}$$

となるので，節点 P_{14} における力のつりあいは次式で表すことができる．

$$\boldsymbol{f}_{14}^{23} + \boldsymbol{f}_{14}^{22} + \boldsymbol{f}_{14}^{15} = 0 \tag{9}$$

力学パラメータが既知である三角形要素の集合 K_{14} と，力学パラメータが未知である三角形要素の集合 U_{14} はそれぞれ，

$$K_{14}=\left\{T^{23},\ T^{22}\right\},\quad U_{14}=\left\{T^{15}\right\} \tag{10}$$

であるから，(9) 式は，次式のようになる．

$$\boldsymbol{f}_{14}^{15}=-\left(\boldsymbol{f}_{14}^{23}+\boldsymbol{f}_{14}^{22}\right) \tag{11}$$

(11) 式に，内部変形計測を 2 通り行った結果を代入すると，

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_{\lambda,14}^{15\ \sharp1} & \boldsymbol{A}_{\mu,14}^{15\ \sharp1} \\ \boldsymbol{A}_{\lambda,14}^{15\ \sharp2} & \boldsymbol{A}_{\mu,14}^{15\ \sharp2} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \lambda^{15} \\ \mu^{15} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\left(\boldsymbol{f}_{14}^{23\ \sharp1}+\boldsymbol{f}_{14}^{22\ \sharp1}\right) \\ -\left(\boldsymbol{f}_{14}^{23\ \sharp2}+\boldsymbol{f}_{14}^{22\ \sharp2}\right) \end{bmatrix} \tag{12}$$

となる．添字の $\sharp1$，$\sharp2$ は，それぞれ第 1 試行，第 2 試行により得られた値であることを示す．すなわち，上半分は第 1 試行における値，下半分は第 2 試行における値である．(12) 式は，未知数の数より方程式の本数が多いため，最小二乗法を用いて三角形 T^{15} の力学パラメータ λ^{15}，μ^{15} を求める．

次に，Fig.7 の (b) において，節点 P_{13} における力のつりあいを考える．三角形要素 T^{15} の力学パラメータは (12) 式より求められているので，この段階で既知である．節点 P_{13} を含む三角形要素の集合 S_{13} は，

$$S_{13}=\left\{T^{22},\ T^{21},\ T^{20},\ T^{13},\ T^{14},\ T^{15}\right\} \tag{13}$$

となるので，節点 P_{13} における力のつりあいは次式で表すことができる．

$$\boldsymbol{f}_{13}^{22}+\boldsymbol{f}_{13}^{21}+\boldsymbol{f}_{13}^{20}+\boldsymbol{f}_{13}^{13}+\boldsymbol{f}_{13}^{14}+\boldsymbol{f}_{13}^{15}=0 \tag{14}$$

力学パラメータが既知である三角形要素の集合 K_{13} と，力学パラメータが未知である三角形要素の集合 U_{13} はそれぞれ，

$$K_{14}=\left\{T^{22},\ T^{21},\ T^{20},\ T^{15}\right\},\quad U_{14}=\left\{T^{13},\ T^{14}\right\} \tag{15}$$

であるから，(14) 式は，次式のようになる．

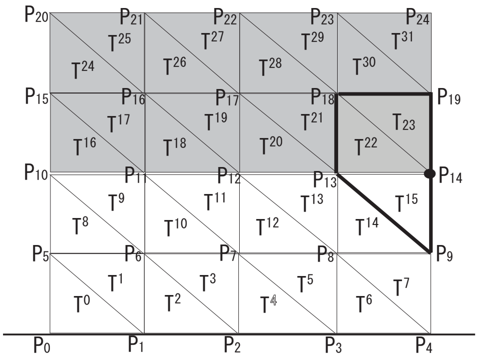
$$\boldsymbol{f}_{13}^{13}+\boldsymbol{f}_{13}^{14}=-\left(\boldsymbol{f}_{13}^{22}+\boldsymbol{f}_{13}^{21}+\boldsymbol{f}_{13}^{20}+\boldsymbol{f}_{13}^{15}\right) \tag{16}$$

(16) 式に，内部変形計測を 2 通り行った結果を代入すると，

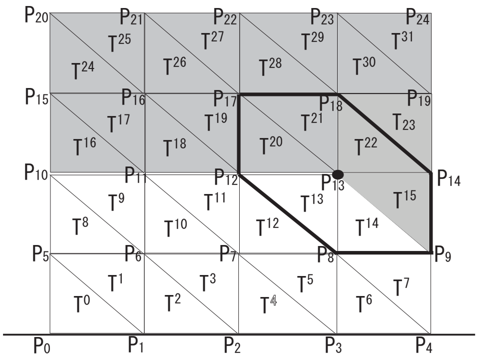
$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_{\lambda,13}^{13\ \sharp1} & \boldsymbol{A}_{\mu,13}^{13\ \sharp1} & \boldsymbol{A}_{\lambda,13}^{14\ \sharp1} & \boldsymbol{A}_{\mu,13}^{14\ \sharp1} \\ \boldsymbol{A}_{\lambda,13}^{13\ \sharp2} & \boldsymbol{A}_{\mu,13}^{13\ \sharp2} & \boldsymbol{A}_{\lambda,13}^{14\ \sharp2} & \boldsymbol{A}_{\mu,13}^{14\ \sharp2} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \lambda_{13}^{13} \\ \mu_{13}^{13} \\ \lambda_{13}^{14} \\ \mu_{13}^{14} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\left(\boldsymbol{f}_{13}^{22\ \sharp1}+\boldsymbol{f}_{13}^{21\ \sharp1}+\boldsymbol{f}_{13}^{20\ \sharp1}+\boldsymbol{f}_{13}^{15\ \sharp1}\right) \\ -\left(\boldsymbol{f}_{13}^{22\ \sharp2}+\boldsymbol{f}_{13}^{21\ \sharp2}+\boldsymbol{f}_{13}^{20\ \sharp2}+\boldsymbol{f}_{13}^{15\ \sharp2}\right) \end{bmatrix} \tag{17}$$

となる．添字の $\sharp1$，$\sharp2$ は，それぞれ第 1 試行，第 2 試行により得られた値であることを示す．すなわち，ここで，上半分は第 1 試行における値，下半分は第 2 試行における値である．(17) 式を解くことによって，三角形 T^{13}，T^{14} の力学パラメータ λ^{13}，μ^{13}，λ^{14}，μ^{14} を同定することができる．

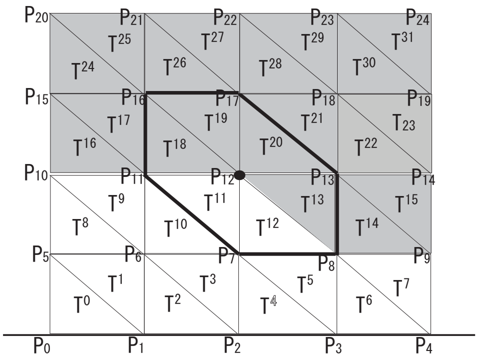
Fig.7(c) では，節点 P_{12} における力のつりあいを考える．三角形要素 T^{13} の力学パラメータは (17) 式より求められているので，この段階で既知である．したがって，T^{11}，T^{12} の力学パラメータ λ^{11}，μ^{11}，λ^{12}，μ^{12} を同定する．また，Fig.7(d) では，節点 P_5 における力のつりあいを考える．Fig.7(a) の場合と同様に，未知数より方程式の本数が多くなるため，最小二乗法を用いて三角形 T^0 力学パラメータ λ^0，μ^0 を同定する．以上の計算を行うことにより，パラメータを逐次的に同定する．



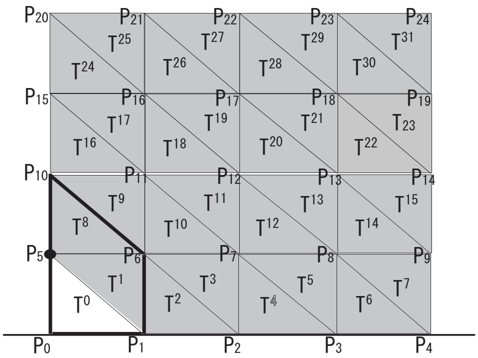
(a) Force balance at P_{14}



(b) Force balance at P_{15}



(c) Force balance at P_{12}



(d) Force balance at P_5

Fig.7 Overview of parameters identification

Table 2 The result of parameters identidfication

First trial		Second trial		T^{13}		T^{14}	
X direction[m]	Y direction [m]	X direction [m]	Y direction [m]	λ^{13}	μ^{13}	λ^{14}	μ^{14}
0.00	0.025	0.025	0.025	1.12×10^4	1.89×10^3	0.93×10^4	1.70×10^3
0.00	0.03	0.03	0.03	1.10×10^4	1.87×10^3	1.10×10^4	1.73×10^3
0.00	0.05	0.05	0.05	2.07×10^4	0.76×10^3	1.11×10^4	1.01×10^3
0.00	0.05	0.1	0.1	2.09×10^4	0.77×10^3	1.10×10^4	1.01×10^3

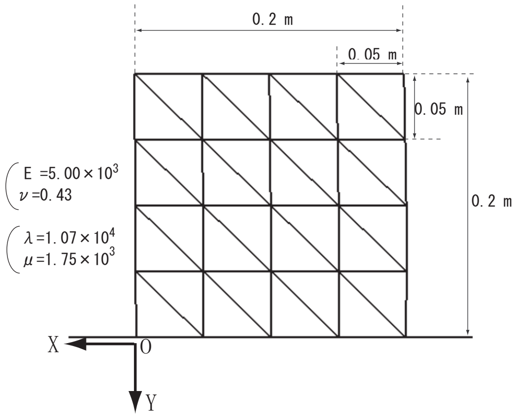


Fig.8 The size of the object in simulation

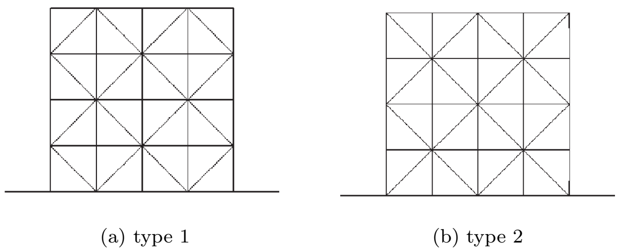


Fig.9 Example of mesh model

5 力学パラメータ同定の数値計算例

本章では，前章で述べた力学パラメータ同定方法を用いて，シミュレーションによる力学パラメータの同定を行う．Fig.8(b) に示すように，物体の大きさは，0.2m×0.2m である．横エッジ数と横エッジ数は 4 個で，各エッジの幅は 0.05m である．全ての三角形要素のヤング率とポアソン比を，それぞれ $E^p = 5.0 \times 10^3$，$\nu^p = 0.43$ と設定する．したがって，(2) 式より，ラーメの定数は，$\lambda^p = 1.07 \times 10^4$，$\mu^p = 1.75 \times 10^3$ となる．変形方法は，物体上面の節点の変位量を決定して変形をさせる強制変位法である．2 通りの方法で物体を変形させ，Fig.7(b) の場合において，力学パラメータの同定を行った．つまり，三角形要素 T^{22}，T^{21}，T^{20}，T^{15} の力学パラメータが既知であるとして，P_{13} における力のつりあいを考えることにより，T^{13}，T^{14} の力学パラメータ λ^{13}，μ^{13}，λ^{14}，μ^{14} を同定した．物体上面の節点 P_{20}，P_{21}，P_{22}，P_{23}，P_{24} に与えた強制変位量と，そのときの同定結果を Table 2 に示す．なお，強制変位量は，X 方向は左向きを正，Y 方向は下向きを正としている．Table 2 より，強制変位量が小さい場合，比較的精度よく同定できていることがわかる．しかし，強制変位量を大きくすると，同定精度が落ちる．これは，メッシュの生成法に原因があると考える．今回使用したモデル以外に，メッシュの生成法は，Fig.9 に示すようなモデルが考えられる．今後，これらのモデルを使用して，力学パラメータを同定することを検討する．

6 結言

本論文では，柔軟物の内部変形計測結果から，FE モデルの力学パラメータを同定する手法を提案した．また，その手法を用いて，シミュレーションによる力学パラメータの同定を行った．強制変位量によって，同定精度にばらつきが見られる．今後は，メッシュの生成法を変更して，力学パラメータ同定を行う予定である．また，実際に超音波装置や CT，MRI を用いて柔軟物の内部変形計測を行い，力学パラメータ同定手法の検証を行う．

参考文献

[1] 活田 崇至, 村松 潤治, 早見 信一郎, 森川 茂廣, 平井 慎一, ”超音波画像と MRI を用いた内部計測による柔軟物の FE モデルの検証”， ロボティクスシンポジア予稿集, 2006.

[2] 遠藤 和美, 張 鵬林, 村松 潤治, 平井 慎一, 森川 茂廣, ”MRI ボリュームデータにおける 3 次元ブロックマッチングを用いた FE モデルパラメータの同定”, 計測自動制御学会システムインテグレーション部門学術講演会, pp.1036-1037, 2006.