

# 変形しやすい物体の把持に関する静学的解析

## Static Analysis of Grasping of Deformable Objects

正 若松栄史 (大阪大学)      正 平井慎一 (大阪大学)  
正 岩田一明 (大阪大学)

Hidefumi WAKAMATSU, Osaka University, 2-1 Yamadaoka, Suita, Osaka 565  
Shinichi HIRAI, Osaka University  
Kazuaki IWATA, Osaka University

A systematic approach to analysis of grasping of deformable thin objects is presented. Firstly, the manipulation process of a deformable object is analyzed with regard to how the object interacts with other objects around it. Secondly, deformation of the object is formulated based on a principle that the potential energy of the object reaches to the minimum at its stable shape under geometric and static constraints imposed on it. Finally, an algorithm to compute the deformed shape of the object is developed by applying a nonlinear programming technique. Some numerical examples show proposed approach can compute deformed shapes of the object in the case of both position control and force control.

**Key words :** deformable objects, grasping, manipulation

### 1. 緒言

現在、生産現場において、自動化がなかなか進展しない工程のひとつとして、やわらかく変形しやすい材料でできた部品のマニピュレーションがあげられる。このようなマニピュレーションのに関する研究は、さまざまな工程に関して個別に行われており、系統的な手法は確立されていない。そこで本研究では、弾性変形を生じる薄板状部品を例に取り、その把持における静力学的性質について考察する。

### 2. 変形しやすい物体のマニピュレーション過程

変形しやすい物体のマニピュレーション過程は、物体が剛体である場合と同様に、物体間の接触状態と、一連の接触状態の遷移により表現することができる。ただし、物体が柔らかい場合には、一つの接触状態において、物体の移動操作のみでなく、物体の形状操作も考慮しなくてはならない。例えば、図1のような操作において、物体が剛体であれば、ハンドとテーブルの位置から、接触状態を確定できる。しかし、物体が柔らかい場合、接触状態の遷移を知るためには、物体の変形形状を推定する必要がある。そこで、ここでは、接触によって種々の制約を受ける物体の変形操作について解析を進める。

### 3. 薄板状物体の変形形状の定式化

例として、図2に示すような、テーブル上に置かれた薄板状物体の変形操作を解析する。物体は長手方向にのみ変形を生じるものとする。また、物体の静的に安定な変形形状は、ポテンシャルエネルギーが最小となる形状であるとする。ポテンシャルエネルギーとしては、曲げによる弾性エネルギーと重力による位置エネルギーとを考える。ここで、物体の中心軸に沿った距離を  $s$  で表し、一般化座標  $\theta(s)$  を導入すること

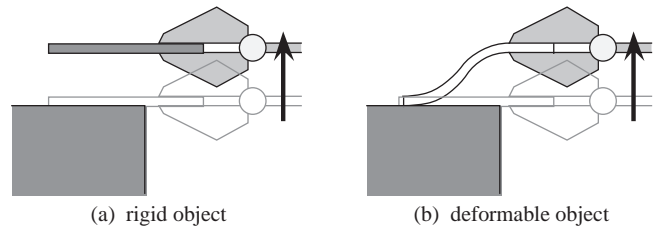


Fig. 1 Transition of contact states

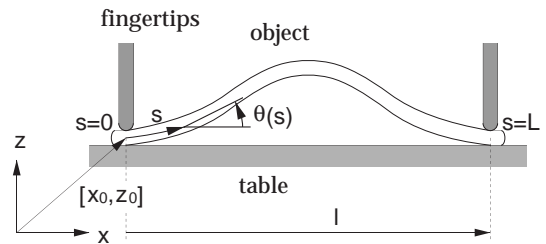


Fig. 2 Deformation of a thin object

により、ポテンシャルエネルギー  $U$  は、次式のように表すことができる [1] .

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L R_f \dot{\theta}(s)^2 ds + \int_0^L Dz(s) ds \quad (1)$$

ここで、 $R_f$  は曲げ剛性、 $z$  は水平基準面からの距離、 $D$  は単位長さ当たりの重量を表す。

次に、指やテーブルなどの他物体との接触により、物体に加えられる制約を定式化する。まず、物体と指とが接触することにより、物体両端における角度に制約が加えられる。左端、右端における角度を、それぞ

れ  $\theta_0, \theta_L$  とすると、次の制約が得られる。

$$\theta(0) = \theta_0, \theta(L) = \theta_L \quad (2)$$

変形後の端点間の距離は、 $x$  軸方向に  $l$ ,  $z$  軸方向に 0 であるので、次の制約式が得られる。

$$\int_0^L \cos \theta ds = l \quad (3)$$

$$\int_0^L \sin \theta ds = 0 \quad (4)$$

水平方向の指の運動を位置制御する場合には、距離  $l$  が指定されるので、(3) 式、(4) 式は幾何学的制約の一つである。

一方、指の運動を力制御する場合には、距離  $l$  が未知数であるので、(3) 式は幾何学的制約には含まれない。力制御の場合には、両端に加えられる力  $F$  が指定される。ところが、力  $F$  は、距離  $s$  の関数として表現できないため、上述のような形で力学的制約を定式化することはできない。

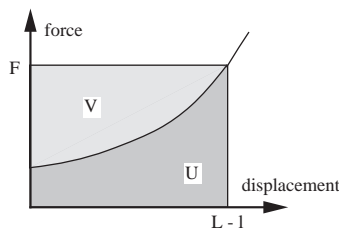


Fig. 3 Relationship between displacement and force

力学的制約を考慮するために、端点の移動距離と作用力とが一対一に対応すると仮定する。端点の移動距離  $L-l$  に対応する作用力を  $F$  とする。この時、物体のポテンシャルエネルギー  $U$  は、図 3 に示す領域の面積で与えられる。ここで、作用力と移動距離との積  $F(L-l)$  と、ポテンシャルエネルギー  $U$  との差を  $V$  とする。積  $F(L-l)$  は、物体の形状に関わらず一定なので、ポテンシャルエネルギー  $U$  が最小の時、 $V$  は最大である。すなわち、

$$-V = U - F(L-l) \quad (5)$$

が最小になる。上式右辺は、指定された力  $F$  を含む。また、端点間の距離  $l$  は、(3) 式で与えられるので、ポテンシャルエネルギー  $U$  とともに  $s$  の関数である。したがって、力制御の場合には、 $-V$  を最小化することにより、安定な変形形状を求めることができる。端点の制御量がモーメントで与えられるような場合も、同様にして考えることができる。

続いて、物体とテーブルとの接触による幾何学的制約を定式化する。物体とテーブルが干渉しないための条件は、次式のように表される。

$$z(s) \geq 0, \forall s \in [0, L] \quad (6)$$

以上のように、薄板状物体に加えられる制約は、位置・姿勢あるいは力制御に起因する等式制約と、他の物体との干渉に起因する不等式制約とから成る。したがって、(1) 式あるいは (5) 式で与えられるエネルギーを、これらの制約のもとで最小化することにより、静的な安定形状を導出することができる。

#### 4. 計算アルゴリズム

変形形状の計算は、等式・不等式制約下の変分問題に帰着される。しかし、一般に、変分問題は解析的に解くことが困難な場合が多い。そこで、我々は以前、数値的に変形形状を求めるアルゴリズムを示した [1]。関数  $\theta(s)$  を、係数ベクトル  $\alpha$  と基底関数系  $e(s)$  を用いて、 $\theta(s) = \alpha e(s)$  と表すことにより、前節の最適化問題は非線形計画問題に変換され、適当な手法を用いて最適解を求めることができる。また、この数値的解法を用いることにより、力制御の場合には両端間の距離、位置制御の場合には、ラグランジュの未定乗数から、両端に作用する力も求めることができる。 $\theta_0 = \theta_L = D = 0$  の場合の形状例を以下に示す。

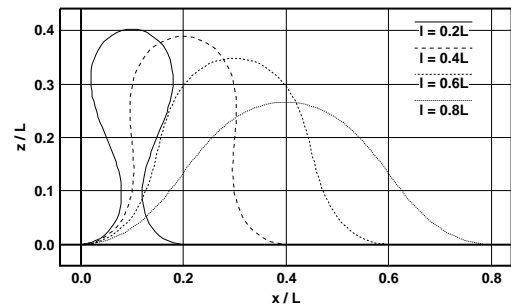


Fig. 4 Computed shapes of position control

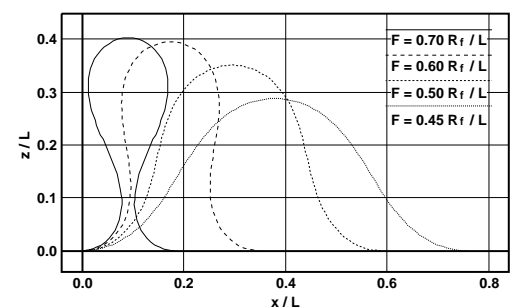


Fig. 5 Computed shapes of force control

#### 5. 結論

本報告では、変形しやすい物体のマニピュレーション過程の解析においては、変形操作が特に重要であることを示した。次に、薄板状物体のポテンシャルエネルギーと、物体に加えられる幾何学的および力学的制約を定式化した。最後に、変形形状を計算するアルゴリズムにより、位置制御・力制御のいずれの場合にも、変形形状の導出が可能であることを示した。

#### 【参考文献】

[1] 平井, 若松, 岩田: 重力環境下における薄板状部品の曲げ変形モデリング, 1993 年度精密工学会秋季大会学術講演会論文集, pp.425-426.