

形状制御のための粘弾性物体の変形モデリング

○徳本真一 藤田欣晃 平井慎一
(立命館大学 ロボティクス学科)

Deformation Modeling of Viscoelastic Objects for Their Shape Control

*Shinichi Tokumoto, Yoshiaki Fujita, and Shinichi Hirai :Ritsumeikan University

Abstract—We will propose a new modeling method for viscoelastic object deformation. Viscoelastic behavior of an object is described by a four element model and deformed shape of the object is represented by a lattice structure of four element models. Also, we will introduce a nonlinear damper in order to present visco-plastic nature of objects.

Key Words: modeling, viscoelasticity, deformation, four element model, visco-plasticity

1. はじめに

食品の生産現場では、パン生地、ピザ生地、プリン、ゼリーなど粘弾性を有する物体が数多く扱われている。食品の生産には、これら粘弾性物体を成形する工程が多く含まれる。この工程は、人手に頼る部分が多く残されており、コスト面ならびに衛生面から自動化が望まれている。

粘弾性物体とは、伸び量が大きく、表面の粘りが大きいという特性を持つ物体である。したがって、粘弾性物体の形状を精度よく制御するためには、物体の持つ粘弾性を適切に利用することが必要である。

本研究では、粘弾性物体の変形をモデリングする手法を提案する。物体の粘弾性を4要素モデルで表し、変形形状は4要素モデル¹⁾を格子状に接続した構造で表す。さらに、粘塑性を表すために、非線形ダンパーを4要素モデルに導入する。

2. 粘弾性のモデリング

本研究では、物体の粘弾性を、Fig.1に示す4要素モデルを用いてモデル化する。

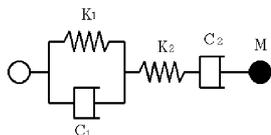


Fig.1 Four element model

ここで、 K_1, K_2 はバネ係数、 C_1, C_2 はダンパー係数、 M は質量である。この4要素モデルは、MaxwellモデルとVoigtモデルを直列に組み合わせたものである。物体の塑性変形は、ダンパー C_2 によって表現することができる。

3. 粘弾性物体の2次元モデリング

食品生産において粘弾性物体は、空間内で変形する。したがって、粘弾性物体のモデリングにおいては、2次元あるいは3次元の形状変形を表現する必要がある。本

研究では、粘弾性を表す4要素モデルを空間内で格子状に接続した構造を導入し、粘弾性物体の形状変形をモデリングする。

Fig.2に示すように、4要素モデルを縦、横、斜めに組み合わせた構造を一つの単位とし、それを組み合わせることで、物体を表す。各格子点の運動方程式を解くことにより、物体の形状変形を計算することができる。

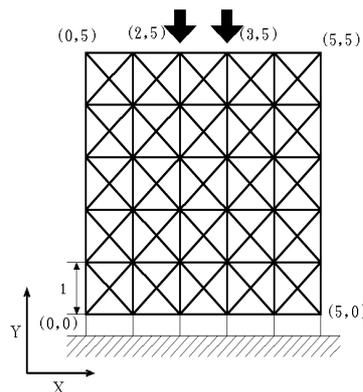


Fig.2 Two-dimensional model (5x5 lattice structure)

Fig.3, 4に形状変形を計算した例を示す。4要素モデルの各パラメータは、 $K_1 = K_2 = 1, C_1 = C_2 = 1, M = 0.1$ である。この例では、座標(2,5)の点ならびに(3,5)の点を、3秒間でY方向に-2.8移動させている。

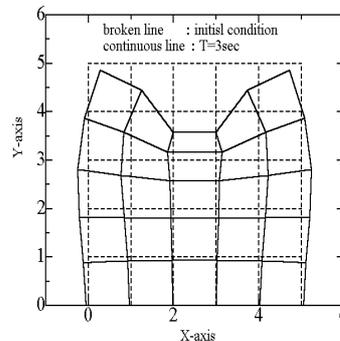


Fig.3 Deformed shape after 3 seconds

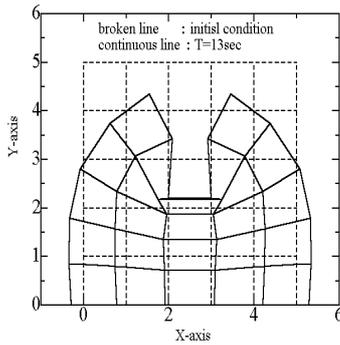


Fig.4 Deformed shape after 13 seconds

Fig.3において、破線は初期状態を、実線は3秒後の形状を表す。Fig.4において、実線は13秒後の形状を表す。この例においては、13秒で形状が収束し、それ以降形状はほとんど変化しない。すなわち、13秒後の形状を最終形状とみなすことができる。図から分かるように、中央上部が押される事により、全体的に物体が左右に広がる。同時に、左右の上端が、中央上部に引っ張られながら、そこを中心に回転しているのが分かる。

4. 非線型ダンパーを用いた4要素モデル

粘弾性物体は、一般にある一定の大きさ以上の力に対して、初めて変形を開始する。すなわち、ある大きさ以下の小さな力を長時間加えても、変形は起きない。しかし、2節で述べた4要素モデルにおいては、どのような小さな力でも長時間加え続けることにより、大きい変形が生じてしまう。したがって、2節で述べた4要素モデルは、粘弾性物体を表現するには不十分である。

そこで、力が小さい時には C_2 が大きくなり、力が大きい時には C_2 が一定の値になるような、非線型ダンパーを導入する。例えば、 C_2 を次式で定める。

$$C_2 = \begin{cases} C_{MAX} & (F < F_0 + \epsilon) \\ \frac{A \cot^{-1}(B(F - F_0))}{F - F_0} + C_{MIN} & (F \geq F_0 + \epsilon) \end{cases}$$

ここで A, B, ϵ は、適当な定数である。変数 F はダンパー C_2 に作用する力、 F_0 は塑性変形を起こす限界力を示す。また C_{MAX} は粘性係数の最大値であり、 C_{MIN} は粘性係数の最小値である。力 F が小さい場合、 C_2 の値は大きくなる。これは、ダンパー要素がない場合とほぼ等価であり、変形がほとんど起きない。一方、力 F が大きい時は、 C_2 はある一定の値を持ち、結果として、従来の4要素モデルと同じ変形が生じる。Fig.5に、 $A = 10$ 、 $B = 10$ 、 $C = 1$ 、 $\epsilon = 10^{-8}$ 、 $C_{MAX} = 1.57 \times 10^{12}$ 、 $C_{MIN} = 1$ 、 $F_0 = 10$ における、力 F とダンパー係数 C_2 の関係を示す。この場合、 $F < 10 + 10^{-8}$ に対しては C_2 の値が 1.57×10^{12} となり、 $F \geq 10 + 10^{-8}$ に対しては C_2 の値が1に近づく。

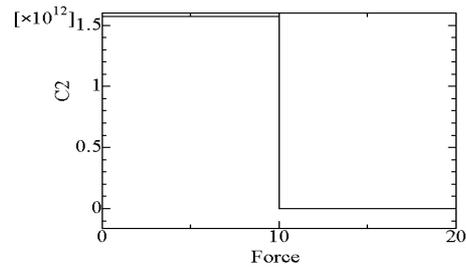


Fig.5 Nonlinear damper coefficient C_2

Fig.5に示す C_2 を持つ4要素モデルに対して、1秒後に力のステップ入力を与えた結果を、Fig.6に示す。実線が $F = 9$ の場合、破線が $F = 11$ の場合である。Fig.6に示すように、 $F = 9$ の場合、すなわち力が小さい場合、質点の位置はある値に収束する。一方、 $F = 11$ の場合、すなわち力が大きい場合、質点の位置は発散する。

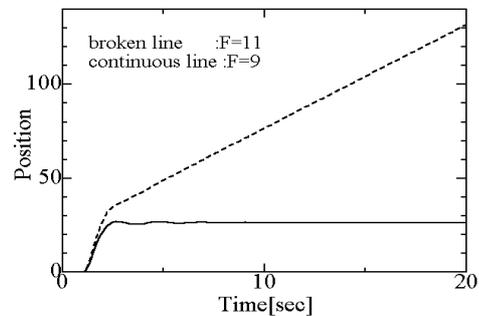


Fig.6 Time response for step input($F = 9, F = 11$)

以上のように、力がある値以下の場合には変形が生じず、力がある値を超えると変形が生じ、しかも元の状態には戻らない。このような性質は粘塑性である。結局、非線型ダンパーを導入することにより、粘塑性を表現できることがわかる。

5. おわりに

今回、4要素モデルをフレーム型に結合した、2次元モデルによる変形の時間応答のシミュレーションを行った。また、非線型ダンパーの4要素モデルを用いて、粘弾性物体の塑性的特徴を表現できるかを検討した。今後は、実際の粘弾性物体によって、各パラメータを同定し、実際とシミュレーションの挙動の比較から、シミュレーションの有効性を検討する必要がある。

参考文献

- 1) 山田嘉昭 著: “塑性・粘弾性” pp.6-21, 培風館 (1980).