

# 仮想レオロジー物体のリアルタイム変形シミュレーション

平井 慎一

## 1 はじめに

平井研究室 (<http://www.ritsumei.ac.jp/se/~hirai/>) では、柔軟物体のモデリング、同定、制御に関する研究を進めている。本解説では、FPGAを用いた柔軟物体のリアルタイム変形シミュレーションを紹介する。

医療分野やエンターテイメント分野において、リアルタイムでの物理シミュレーションが一般的なものとなりつつある。しかし、多くの場合にハードウェアの演算能力が十分でないため、リアルタイムの物理シミュレーションが困難である。特に力覚提示を伴う場合には、1,000 Hz以上のサンプリングレートでの計算が必要となるため、物体の変形をリアルタイムで計算することが難しい。物体変形シミュレーションを高速化する手法として、汎用CPUの代わりに専用ハードウェアを用いる手法が考えられる。物体変形を高速に計算可能なハードウェアとして、DSP (Digital Signal Processor)、GPU (Graphics Processing Unit)、ASIC (Application Specific IC)、FPGA (Field Programmable Gate Array) が挙げられる。DSPやGPUは積和演算や座標変換等を高速で実行することが可能であるが、一般の変形計算を高速化することは容易ではない。ASICとFPGAは、複数の演算回路が同時平行的に動作するため並列性の高い変形計算アルゴリズムとの親和性が高く、変形計算の高速化に適する。ただし、ASICはマスク作成にかかるコストが高いため少量生産には向かず、研究用途での製造は現実的ではない。それに対し、FPGAは回路の組み替えが可能な汎用のLSIであるので、低コストで専用ハードウェアを構築できる。また、回路を組みかえることで、物体変形モデルの変更等によるアルゴリズムの変更に柔軟に対応することが可能である。そこで、FPGAを用いてレオロジー物体の変形をリアルタイムで計算することを試みた。

## 2 変形モデル

レオロジー物体図1-(a)に示す初期形状を有する物体に外力を作用させると、図1-(b)に示すように変形する

と仮定する。弾性物体では、図1-(c)に示すように、外力を解放したときの形状が初期形状に一致する。外力を作用させた形状と外力解放後の形状との差を、戻り変位、初期形状と外力解放後の形状との差を残留変位とよぶ。弾性物体では、戻り変位があり、残留変位はない。粘塑性物体では、図1-(d)に示すように、外力を解放したときの形状が変形形状に一致する。すなわち、粘塑性物体では、残留変位があり、戻り変位はない。図1-(e)に示すように、戻り変位と残留変位の両方を有する物体をレオロジー物体と定義する。

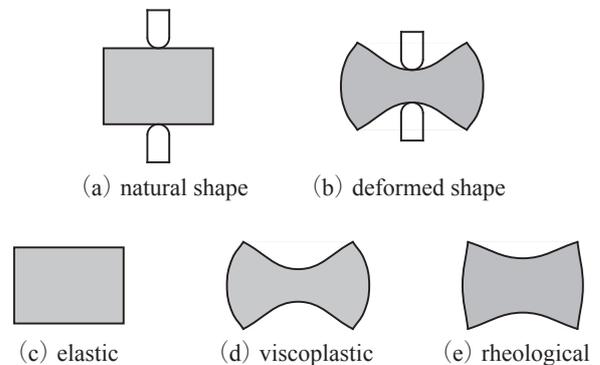


図1 弾性物体、粘塑性物体、レオロジー物体

三要素モデル レオロジー物体の性質を表現できる最も単純な力学要素は、図2に示す三要素モデルである。これは、戻り変位を持つフォークトモデルと残留変位を持つ単独のダンパを直列に接続したモデルである。

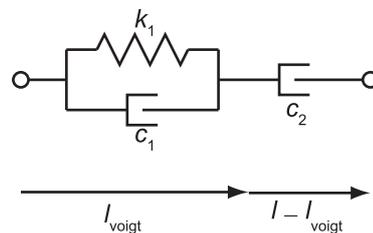


図2 三要素モデル

三要素モデルを定式化しよう。三要素モデルの長さおよび三要素モデルのフォークト部の長さをそれぞれ  $l, l_{voigt}$  とし、フォークト部の粘性係数および弾性係数を  $k_1, c_1$ 、単独ダンパ部の粘性係数を  $c_2$  とする。単独ダンパ部の長さは  $l_{damper} = l - l_{voigt}$  で表される。フォークト部が発生する力  $f_{voigt}$ 、単独ダンパ部が発生する力  $f$  は

$$f_{voigt} = -k_1(l_{voigt} - L) - c_1 \dot{l}_{voigt}, \quad (1)$$

### 筆者紹介



ひらい しんいち

京都大学大学院数理工学専攻単位取得退学後、大阪大学工学部電子制御機械工学科助手、立命館大学理工学部ロボティクス学科助教授を経て、2002年より同教授。1996年度日本機械学会ロボティクスメカトロニクス部門業績賞。2007年度計測自動制御学会SI部門研究奨励賞。柔軟指操作、柔軟物モデリング、移動跳躍ロボット等に興味。

$$f = -c_2 \dot{l}_{\text{damper}} \quad (2)$$

となる。フォークト部に作用する力および単独ダンパ部にかかる力は等しいので、(1)(2)式よりフォークト部の長さ $l_{\text{voigt}}$ に関する微分方程式を得る。ここで定数 $A = -k_1/(c_1 + c_2)$ と $B = c_2/(c_1 + c_2)$ を導入すると

$$\dot{l}_{\text{voigt}} = A(l_{\text{voigt}} - L) + B\dot{l} \quad (3)$$

を得る。

**仮想レオロジー物体の変形計算** FPGAは、多数回の単純な繰り返し計算を効率的に演算することができる。そこで、単純な物体変形モデルとして、質点を離散的に配置し質点間を一次元力学モデルで結ぶパーティクルベースモデルを用いた。二次元物体および三次元物体は、三角形または四面体の集合である。各頂点に質点を置き、その質点間を結ぶ稜線に三要素モデルを配置し質点間を接続することで、二次元もしくは三次元のレオロジー物体の変形を表現する。

質点 $P_i$ を始点とする三要素モデルの集合を $R_i$ 、質点 $P_j$ を終点とする三要素モデルの集合を $S_j$ で表す。稜線に向きを付け、第 $k$ 稜線の始点から終点に向かう単位ベクトルを $e_k$ と表す。また、第 $k$ 稜線の三要素モデルの内力を $f_k$ とする。このとき、集合 $R_i$ に含まれる三要素モデル $E_k$ が、質点 $P_i$ に加える力は $f_k e_k$ に一致する。また、集合 $S_j$ に含まれる三要素モデル $E_k$ が、質点 $P_j$ に加える力は $-f_k e_k$ に一致する。質点 $i$ の質量を $m_i$ 、速度を $v_i$ で表すと、質点 $P_i$ の運動方程式は、

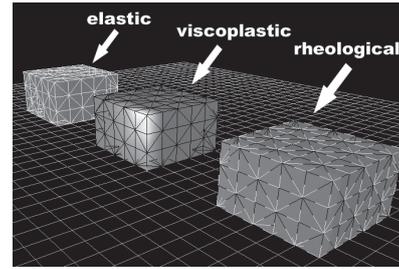
$$m_i \dot{v}_i = F_i^{\text{int}} + F_i^{\text{ext}} \quad (4)$$

となる。ただし、質点 $P_i$ に作用する内力 $F_i^{\text{ext}}$ は

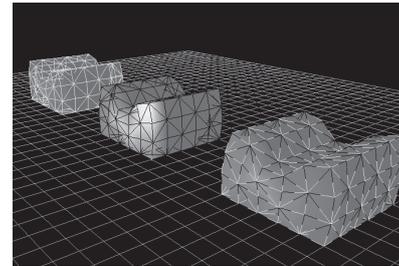
$$f_{R_i} = \sum_{k \in R_i} f_k e_k, \quad f_{S_j} = - \sum_{k \in S_j} f_k e_k \quad (5)$$

の和であり、 $F_i^{\text{ext}}$ は質点 $P_i$ に作用する外力である。仮想レオロジー物体の変形は、物体変形の支配方程式(3)(4)を数値的に解くことによって計算する。微分方程式の数値積分にはオイラー法を用いる。オイラー法のステップ時間を $h$ で表す。

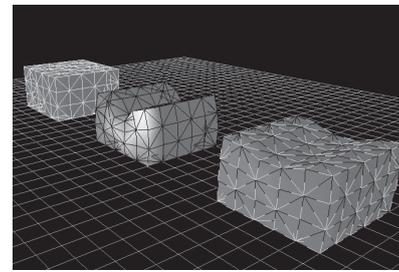
三要素モデルはフォークトモデル、マックスウェルモデル、単独のダンパを包含するものであり、パラメータに応じて、それらの力学要素と同等の性質を表現することができる。すなわち、完全弾性物体、レオロジー物体、粘塑性物体を統一的に表現することが可能である。三要素モデルを用いたレオロジー物体の変形シミュレーションの例を図3に示す。図3-(a)が初期状態、図3-(b)が変形状態である。図3-(c)に示すように、外力解放後の変形形状が、弾性物体、レオロジー物体、粘塑性物体で異なる。このように三要素モデルを用いることで、パラメータ $k_1, c_1, c_2$ の値により、弾性変形、レオロジー変形、粘塑性変形を表現できる。



(a) initial



(b) deformed



(c) stationary

図3 三要素モデルによる変形シミュレーション

### 3 変形計算回路

**システム構成** システムはPCとFPGA搭載PCIボードによって構成される。本研究では、FPGA Virtex-II XC2V6000 (Xilinx社製)を搭載したPCIボードPC-BD-PCI2DVI (東京エレクトロデバイス社製)を用いた。他のFPGAでも同様の回路を動作させることが可能である。

変形シミュレーションの実行中、FPGAは単独で仮想レオロジー物体の変形を計算し、PCはPCIバスを介してFPGAボードから画面表示のためのデータを取得する。力覚提示デバイスをシステムに追加する場合、デバイスはPC側で制御する。ただし、現行のPCIバスのデータ転送能力では、1 msごとに仮想物体の全データをPC側に転送するのは困難であるため、力覚提示に必要な局所的な少数の点のデータのみを1 msごとに転送する。画面表示に必要な物体表面全体の質点の座標は、画面のリフレッシュレートに合わせて33 msの間に転送する。

**仮想レオロジー物体の変形計算回路** 仮想レオロジー物体の変形を計算する回路の概要を図4に示す。回路は、i) 三要素モデル計算モジュール (three-element model module; TEM)、ii) 質点運動計算モジュール (mass particle module; MPM)、iii) RAMモジュール、iv) PCIコアの4つのモジュールからなる。

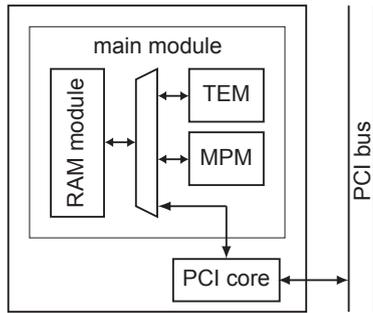


図4 レオロジー物体変形計算回路概要

TEM (図5) は入力ポートから、第 $k$ 稜線の始点 $P_i$ の位置 $\mathbf{x}_i(t)$ と速度 $\mathbf{v}_i(t)$ 、終点 $P_j$ の位置 $\mathbf{x}_j(t)$ と速度 $\mathbf{v}_j(t)$ 、稜線に対応する三要素モデルのフォークト部の長さ $l_k^{\text{voigt}}(t)$ を取得し、出力ポートに $f_k(t)\mathbf{e}_k(t)$ と $l_k^{\text{voigt}}(t+h)$ を出力する。力 $f_k(t)\mathbf{e}_k(t)$ は逐次RAMモジュール内に蓄積されていき、TEMによる全ての三要素モデルの計算が終わると、質点 $P_i$ に作用する内力ベクトルの総和 $\mathbf{F}_i^{\text{int}}(t) = \mathbf{f}_{Ri}(t) + \mathbf{f}_{Si}(t)$ が得られる。MPM (図6) は入力ポートから質点 $P_i$ に作用する力ベクトルの総和 $\mathbf{F}_i^{\text{int}}(t) + \mathbf{F}_i^{\text{ext}}$ 、質点 $P_i$ の位置 $\mathbf{x}_i(t)$ と速度 $\mathbf{v}_i(t)$ を取得し、出力ポートに $\mathbf{x}_i(t+h)$ と $\mathbf{v}_i(t+h)$ を出力する。RAMモジュールには、計算に必要なデータや計算結果が格納される。PCIコアは、PCIバスを介してPCと相互にデータ転送を行うための回路である。

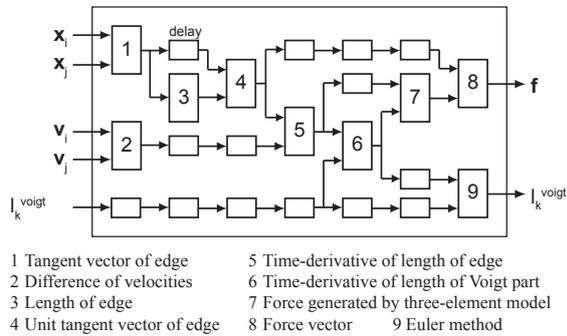


図5 三要素モデル計算モジュールTEM

変形計算は、RAMモジュールにアクセスしながらTEMとMPMを交互に動作させることで進行する。ただし、TEMとMPMを並列に動作させることはできない。今回の計算回路は、三要素モデル計算モード、質点運動計算モード、データ転送モードの三つの状態を遷移する。回路は全てパイプライン回路となっており、計算に要する時間は、質点の数と三要素モデルの数の合計に比例する。回路における数値の形式としては16bit固定小数点(符号部1bit、整数部7bit、小数部8bit)を用いた。

今回用いたFPGA内のBlockRAMでは、メモリ内の値の読み込みとそれに加算した値の書き込みを同時に実行することができる。これによりメモリ内の値への加算処理をパイプライン化することができる。回路は33 MHzで動作するため個々のBlockRAMは低速であ

る。しかし、三要素モデル計算モードと質点運動計算モードのそれぞれにおいて、15個あるBlockRAMの2ポートに同時にアクセスするため、バス幅480bitの信号線が常時稼動し1.98 Gbyte/sでデータを転送できる。

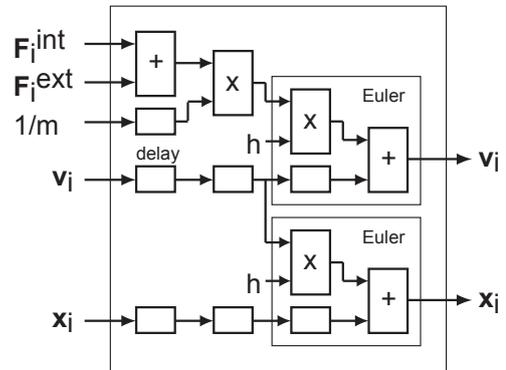


図6 質点運動計算モジュールMPM

### 4 FPGA実装

**実装結果** 設計した仮想レオロジー物体変形計算回路をFPGAに実装し、計算システム実機で仮想レオロジー物体の変形を計算した。作成した回路の規模を表1に示す。この回路はXC2V6000の総スライスの約20%を消費している。

表1 レオロジー物体変形計算回路の回路規模

	flip-flops	slices	multipliers
All modules	8,720	6,875	25
TEM	6,880	4,144	16
MPM	1,045	640	9

三次元物体の変形計算をPCとFPGAで実行し、比較した。対象となる物体は $9 \times 9 \times 9$ の質点を持つ。物体上面の二つの角に外力を加え、FPGAおよびPCによる変形計算によって得られた物体の変形形状を図7に示す。PCとFPGAのそれぞれにおいて、画面表示等の処理を除く純粋な物体変形計算に要する時間を測定すると、表2が得られた。FPGAを用いたシステムにおいて、PCの約8倍の処理能力が実現されている。また、時間の経過とともに誤差は蓄積し、30sの時には位置誤差の平均は物体の初期幅の4.22%に達した。ただし、力覚提示においては力や変形の正確性より応答性が重要であるため、この誤差は問題にならないと判断している。

表2 質点数 $9 \times 9 \times 9$ の物体における処理時間

	time[ms]
PC (PentiumIV 1.7 GHz)	1.14
FPGA (XC2V6000 33 MHz)	0.138

**計算能力の評価** 本研究が対象とするアルゴリズムは条件分岐を持たず、パイプラインストールを生じないため、FPGAによる変形計算に要する時間を明確に予

測することができる。質点を $P_m$ 個のグループに分割し、各グループの変形を一つのメインモジュールで計算する。一つのグループ内の質点間を繋ぐ三要素モデルの総数を $n_{es}$ 、二つのグループにまたがる三要素モデルの総数を $n_{et}$ とする。また、TEMの計算回路のパイプライン段数を $d_{te}$ とする。すなわち、TEMに最初にデータを入力してから $d_{te}$ クロック後に最初の演算結果が出力される。このとき、一回のループにおいてTEMが要するクロック数は $c_{te} = (n_{es} + 2n_{et})/P_m + d_{te}$ となる。また、質点の総数を $n_m$ 、MPMのパイプライン段数を $d_{mm}$ で表すと、MPMが要するクロック数は $c_{mm} = n_m/P_m + d_{mm}$ となる。FPGAの動作周波数を $r_c$ とすると、総処理時間は

$$t_s = \frac{c_{te} + c_{mm}}{r_c} \quad (6)$$

となる。本研究の回路では、 $d_{te} = 90$ 、 $d_{mm} = 8$ 、 $r_c = 33$  MHzである。質点数 $9 \times 9 \times 9$ の物体の1ループあたりの処理時間は0.137 msと試算できる。実機における同じ物体の処理時間は0.138 msであり、精度良く処理時間が予測されている。

FPGAに格納可能な仮想物体の規模は、質点総数4,096、稜線総数20,480であり、この制限内での最大規模の直方体は質点数 $15 \times 15 \times 16 = 3,600$ 、稜線数19,531である。この物体における回路の処理時間は0.704 msと試算される。すなわち、サンプリングレート1,000 Hzで計算が可能である。

## 5 考察

FPGAによる仮想レオロジー物体の変形計算では、1) メインモジュールの並列化、2) 動作周波数の引き上げ、3) PCIバス転送処理の並列化による高速化が可能

である。これらを実現した場合、質点数 $15 \times 15 \times 16$ の物体の変形を0.0920 msで計算することが可能になると試算される。すなわち、サンプリングレート10,000 Hzでの変形計算が理論的に可能である。一方、PCにおいては $5 \times 5 \times 5$ の物体における処理時間が実測値で0.0948 msであり、これが10,000 Hzで計算できる限界である。PCで質点数 $15 \times 15 \times 16$ の物体を計算したところ、処理時間は実測で6.92 msとなった。これより、現行のシステムで実現可能な計算能力はPentiumIV 1.7 GHz搭載PCの約75倍と試算される。

一般に、CPUの処理速度より主記憶メモリのアクセス速度が大規模物体のシミュレーションにおけるボトルネックとなりがちである。しかし、FPGAにおいては、多数のRAMを並列動作させることができるため、低速なRAMを用いてもRAMのアクセス速度がボトルネックにならず、高い計算能力を達成できる可能性が高い。

## 6 おわりに

FPGAを用いた仮想レオロジー物体の変形計算システムを構築し、PentiumIV搭載PCの約8倍の速度での仮想レオロジー物体の変形計算を実現した。同時に、同PCの約75倍の計算能力が現行のシステムで実現可能であることを試算より示した。

本解説では、パーティクルモデルによる変形計算のFPGAへの実装を紹介した。一方、FEMによる物体変形計算においても、節点に生じる力は局所的に計算することが可能であり、計算の並列化が可能である。また、節点に質量を持たせる集中定数型の慣性行列を用いれば、節点の位置と速度の計算にも物体全体の行列を要しない。すなわち、本解説と同様に並列計算を行うことで、リアルタイムの変形シミュレーションが可能であると考えられる。

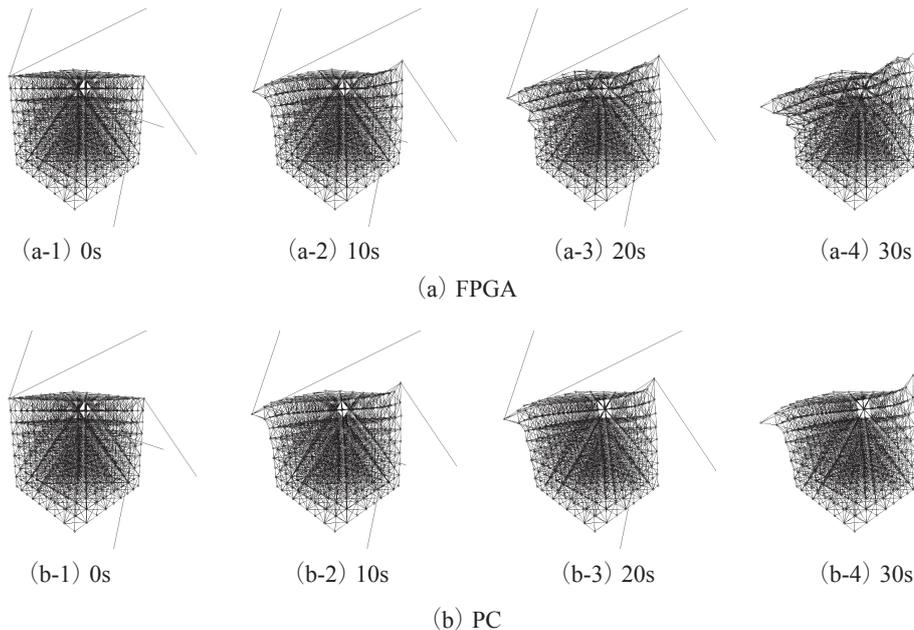


図7 仮想レオロジー物体の変形形状の比較