

応用数学 III 小テスト 1,2 時限

1. 次の微分方程式を標準型に変換せよ. ここで $\theta(t)$ は時間 t によって変化する変数, $J, b, m, g, l, K_P, K_I, \theta^*$ は定数である. (5 点)

$$J\ddot{\theta} + b\dot{\theta} + mgl \sin \theta = K_P(\theta^* - \theta) + K_I \int_0^t \{\theta^* - \theta(\tau)\} d\tau$$

2. 以下の行列のコレスキー分解を求めよ. コレスキー分解ができない場合は, その理由を具体的に記せ (たとえば, 行列が正定ではないと書くだけでは不十分). (5 点 $\times 2 = 10$ 点)

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -2 & 6 \\ -2 & 2 & -1 \\ 6 & -1 & 14 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

3. 次の微分方程式系を標準型に変換せよ. ここで $x_1(t)$ と $x_2(t)$ は時間 t によって変化する変数, m_1, m_2, k_1, k_2 は定数である. (5 点)

$$\begin{aligned} m_1\ddot{x}_1 + k_1x_1 + k_2(x_1 - x_2) &= 0, \\ m_2\ddot{x}_2 + k_2(x_2 - x_1) &= 0 \end{aligned}$$

応用数学 III 小テスト 3,4 時限

1. 次の微分方程式系を標準型に変換せよ. ここで $r(t)$ と $\theta(t)$ は時間 t によって変化する変数, G は定数である. (5 点)

$$\begin{aligned} \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 &= -\frac{G}{r^2}, \\ r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} &= 0 \end{aligned}$$

2. 以下の行列のコレスキー分解を求めよ. コレスキー分解ができない場合は, その理由を具体的に記せ (たとえば, 行列が正定ではないと書くだけでは不十分). (5 点 $\times 2 = 10$ 点)

$$A = \begin{bmatrix} 16 & 4 & -4 \\ 4 & 5 & -3 \\ -4 & -3 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

3. 次の微分方程式を標準型に変換せよ. ここで $x(t)$, $f(t)$, $x_{spring}(t)$, $x_{damper}(t)$ は時間 t によって変化する変数, m , k , b は定数である. (5 点)

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= f, \\ x &= x_{spring} + x_{damper}, \\ f &= -kx_{spring}, \\ f &= -b\dot{x}_{damper} \end{aligned}$$

(ヒント 4 個の変数のうち, 2 個を消去する)