

数値計算 小テスト 1,2 時限

1. 以下の微分方程式 (a), (b), (c), (d), (e) の内, 解答用紙に指定されている二つを時間区間 $[0, 4]$ で数値的に解き, x と y のグラフを描け. (6 点)

$$\begin{aligned}
 (a) \quad & \begin{cases} \dot{x} = 2x - xy \\ \dot{y} = xy - 3y \\ x(0) = 1, \quad y(0) = 1 \end{cases} & (b) \quad & \begin{cases} \dot{x} = (1 - y^2)x + 3y \\ \dot{y} = (1 - x^2)y - 3x \\ x(0) = 1, \quad y(0) = 0 \end{cases} \\
 (c) \quad & \begin{cases} \dot{x} = (1 - x^2 - y^2)x - 3y \\ \dot{y} = (1 - x^2 - y^2)y + 3x \\ x(0) = 1, \quad y(0) = 0 \end{cases} & (d) \quad & \begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -2y - 6x - 5x^3 - 3\sin(t) \\ x(0) = 2, \quad y(0) = 0 \end{cases} \\
 (e) \quad & \begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -(1/10)y - x^3 - 12\sin(t) \\ x(0) = 2, \quad y(0) = 0 \end{cases}
 \end{aligned}$$

2. ピボット型 LU 分解を用いて, 4 次の正方行列

$$A_4 = \begin{bmatrix} 3 & 9 & 6 & 3 \\ 2 & 8 & 2 & 0 \\ -2 & -5 & -2 & 1 \\ 1 & 4 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

の LU 分解 $A_4 = L_4 U_4$ を, 3 次の正方行列 A_3 の LU 分解に変換する. ただし L_4 の対角要素の値を 1 とする. 以下の問いに答えよ. (4 点)

- (a) 下三角行列 L_4 の一列目を示せ.
- (b) 上三角行列 U_4 の一行目を示せ.
- (c) 3 次の正方行列 A_3 を示せ.

3. 変数 t と x の値が

t	0	1	2	3	4	5
x	-0.8000	-0.1909	1.3383	2.1563	1.6271	1.1000
	6	7	8	9	10	
	-0.0091	-1.4383	-1.7563	-2.0271	-1.2000	

で与えられる. ここで変数 t と x の関係を

$$x = A \sin((1/5)\pi t - \delta)$$

で近似する. A と δ の値を推定する手法を示し, A と δ の値を求めよ. (6 点)

4. 以下の行列の射影行列を求めよ. (4 点)

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 1 \\ -1 & 3 & 1 \\ 2 & -2 & 4 \\ 1 & -3 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

数値計算 小テスト 3,4 時限

1. 以下の微分方程式 (a), (b), (c), (d), (e) の内, 解答用紙に指定されている二つを時間区間 $[0, 4]$ で数値的に解き, x と y のグラフを描け. (6 点)

$$(a) \begin{cases} \dot{x} = 2x - xy \\ \dot{y} = xy - 3y \\ x(0) = 1, \quad y(0) = 1 \end{cases} \quad (b) \begin{cases} \dot{x} = (1 - y^2)x + 3y \\ \dot{y} = (1 - x^2)y - 3x \\ x(0) = 1, \quad y(0) = 0 \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} \dot{x} = (1 - x^2 - y^2)x - 3y \\ \dot{y} = (1 - x^2 - y^2)y + 3x \\ x(0) = 1, \quad y(0) = 0 \end{cases} \quad (d) \begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -2y - 6x - 5x^3 - 3\sin(t) \\ x(0) = 2, \quad y(0) = 0 \end{cases}$$

$$(e) \begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -(1/10)y - x^3 - 12\sin(t) \\ x(0) = 2, \quad y(0) = 0 \end{cases}$$

2. ピボット型 LU 分解を用いて, 4 次の正方行列

$$A_4 = \begin{bmatrix} -3 & -6 & -3 & 9 \\ 2 & 6 & 0 & -8 \\ 1 & 3 & 3 & 0 \\ -2 & -3 & -1 & 7 \end{bmatrix}$$

の LU 分解 $A_4 = L_4 U_4$ を, 3 次の正方行列 A_3 の LU 分解に変換する. ただし L_4 の対角要素の値を 1 とする. 以下の問いに答えよ. (4 点)

- (a) 下三角行列 L_4 の一列目を示せ.
- (b) 上三角行列 U_4 の一行目を示せ.
- (c) 3 次の正方行列 A_3 を示せ.

3. 変数 t と x の値が

t	0	1	2	3	4	5
x	-1.4000	0.3091	1.5383	1.9563	2.0271	0.9000
	6	7	8	9	10	
	-0.4091	-1.2383	-2.3563	-1.4271	-1.4000	

で与えられる. ここで変数 t と x の関係を

$$x = A \sin((1/5)\pi t - \delta)$$

で近似する. A と δ の値を推定する手法を示し, A と δ の値を求めよ. (6 点)

4. 以下の行列の射影行列を求めよ. (4 点)

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 1 \\ -1 & 3 & 1 \\ 2 & -2 & 4 \\ 1 & -3 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$