

ロボティクス学科における MATLABを用いた数学・力学教育

平井 慎一
立命館大学ロボティクス学科
<http://www.ritsumei.ac.jp/~hirai/>

MATLAB 教員ユーザー会 2019/6/29

内容

- ロボティクス学科の紹介
- ロボティクス学科のカリキュラム
- 講演者によるMATLABの講義への導入
数値計算, 数学演習,
知能科学, Analytical Mechanics

MATLAB 教員ユーザー会 2019/6/29

内容

- **ロボティクス学科の紹介**
- ロボティクス学科のカリキュラム
- 講演者によるMATLABの講義への導入
数値計算, 数学演習,
知能科学, Analytical Mechanics

MATLAB 教員ユーザー会 2019/6/29

ロボティクス学科

- 1996年に設立
- 機械システム系の学科



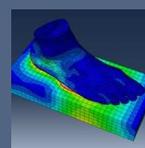
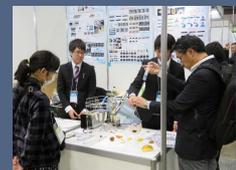
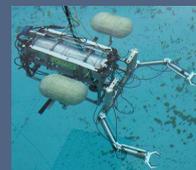
MATLAB 教員ユーザー会 2019/6/29

ロボティクス学科

「機械, 電子電気, 情報の分野に加え, 今後重要となる人間支援技術の基礎を学習します. ロボティクス学科のカリキュラムでは, 幅広い分野をバランス良く学習すると同時に, センサー, アクチュエータ, コンピュータ等の要素の統合化に関する科学と技術を習得します. 」

MATLAB 教員ユーザー会 2019/6/29

ロボティクス学科



MATLAB 教員ユーザー会 2019/6/29

内容

- ロボティクス学科の紹介
- **ロボティクス学科のカリキュラム**
- 講演者によるMATLABの講義への導入
数値計算, 数学演習,
知能科学, Analytical Mechanics

MATLAB 教員ユーザー会 2019/6/29

ロボティクス学科のカリキュラム

- 基礎的な科目は機械工学科と共同開講
力学, 材料力学, 電気電子回路,
応用数学, 制御工学, 確率と統計
- 学科固有科目
ロボット機構学, ロボット運動制御,
ロボットビジョン, アクチュエータ工学
- 実験実習科目
ロボット実験, ロボット創造実験

MATLAB 教員ユーザー会 2019/6/29

ロボティクス学科のカリキュラム



MATLAB 教員ユーザー会 2019/6/29

内容

- ロボティクス学科の紹介
- ロボティクス学科のカリキュラム
- **講演者によるMATLABの講義への導入**
数値計算, 数学演習,
知能科学, Analytical Mechanics

MATLAB 教員ユーザー会 2019/6/29

MATLABの導入

- 2018年度 Campus-Wide Licenseの導入
- ロボティクス学科としてBYODを推進
- 講義や実験・演習で学生が所有する
ノートPCやスマートフォンを使用

MATLAB 教員ユーザー会 2019/6/29

講演者が導入した講義

- 数値計算(学系共通B3)
- 数学演習(学科B2)
- 知能科学(学科B2)
- Analytical Mechanics(M)

MATLAB 教員ユーザー会 2019/6/29

数値計算

- 数値計算アルゴリズムの紹介と説明
- 常微分方程式, 連立一次方程式など
- MATLABによる実装の紹介
- サンプルプログラムを提供
- 小テストでMATLABを用いる

MATLAB 教員ユーザー会 2019/6/29

数値計算

コンピュータを用いて数値的に問題を解くときに必要となる、いくつかの基本的な数値計算アルゴリズムを講義する。常微分方程式の数値解法, 連立一次方程式, 射影, 有限要素法に関するアルゴリズムの構成, 特徴, 使い方を説明する。実際にプログラミング言語でプログラムを書き, アルゴリズムを理解し, 運用することを目指す。

- 第1週 4/8 数値計算とは 解析解, 数値解
- 第2週 4/22 MATLAB 行列とベクトル, 常微分方程式, グラフの表示
- 第3週 4/27 MATLAB 最適化, パラメータの引き渡し, 乱数
- 第4週 4/29 常微分方程式 常微分方程式の標準形, ルング・クッタ法
- 第5週 5/13 常微分方程式 ルング・クッタ・ノエルベルグ法, 制約安定化法(CSM)
- 第6週 5/27 (小テスト)
- 第7週 6/3 連立一次方程式 LU分解, ピボット型LU分解
- 第8週 6/10 連立一次方程式 ピボット選択型LU分解, コレスキー分解
- 第9週 6/17 射影 射影行列, グラム・シュミットの直交化, QR分解
- 第10週6/24 補間 区分線形補間, スプライン補間
- 第11週7/1 確率的アルゴリズム 乱数, モンテカルロ法
- 第12週7/8 (小テスト)
- 第13週7/15 有限要素法 形状関数, 剛性行列, ビームの静的変形
- 第14週7/22 有限要素法 慣性行列, ビームの動的変形
- 第15週7/23 有限要素法 二次元変形, 非弾性変形

参考資料

- 第10週6/24 補間 区分線形補間, スプライン補間
- 第11週7/1 確率的アルゴリズム 乱数, モンテカルロ法
- 第12週7/8 (小テスト)
- 第13週7/15 有限要素法 形状関数, 剛性行列, ビームの静的変形
- 第14週7/22 有限要素法 慣性行列, ビームの動的変形
- 第15週7/23 有限要素法 二次元変形, 非弾性変形

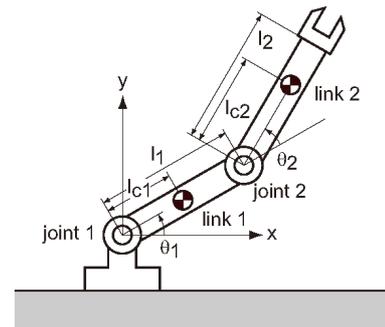
参考資料

- 第1週 数値計算とは 縮小版
- 第2,3週 MATLAB 縮小版 [サンプルプログラム](#) [資料](#)
- 第4,5週 常微分方程式 縮小版 [サンプルプログラム](#) [問題例](#)
- 第7,8週 連立一次方程式 縮小版 [サンプルプログラム](#) [資料](#) [問題例](#)
- 第9週 射影 縮小版 [サンプルプログラム](#) [問題例](#)
- 第10週 補間 縮小版 [サンプルプログラム](#) [問題例](#)
- 第11週 確率的アルゴリズム 縮小版 [サンプルプログラム](#) [問題例](#)
- 第13,14,15週 有限要素法 縮小版 [サンプルプログラム](#) [資料](#) [問題例](#)

工学・情報・科学の基礎である	ソフトウェアとハードウェア	機械力学

なぜ数値計算

二自由度リンク機構



平井 慎一 (京府経大工学部ロボティクス学科)

数値計算

14 / 25

なぜ数値計算

二自由度リンク機構の運動方程式

$$H_{11}\ddot{\theta}_1 + H_{12}\ddot{\theta}_2 = h_{12}\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 - G_1 - G_{12} + \tau_1,$$

$$H_{22}\ddot{\theta}_2 + H_{12}\ddot{\theta}_1 = -h_{12}\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 - G_{12} + \tau_2$$

ただし

$$H_{11} = J_1 + m_1 l_{c1}^2 + J_2 + m_2 (l_1^2 + l_{c2}^2 + 2l_1 l_{c2} \cos \theta_2)$$

$$H_{12} = J_2 + m_2 (l_{c2}^2 + l_1 l_{c2} \cos \theta_2)$$

$$H_{22} = J_2 + m_2 l_{c2}^2$$

$$h_{12} = m_2 l_1 l_{c2} \sin \theta_2$$

$$G_1 = (m_1 l_{c1} + m_2 l_1) g \cos \theta_1$$

$$G_{12} = m_2 l_{c2} g \cos(\theta_1 + \theta_2)$$

解析的に解くことができない

数値的に解く(シミュレーション)

平井 慎一 (京府経大工学部ロボティクス学科)

数値計算

15 / 25

数値計算

機械システム学のための数値計算法

工学博士 平井 慎一 著



コロナ社

機械システム学のための数値計算法
コロナ社
2008年初版 現在4刷

MATLAB版を発売予定(2020年)

MATLAB 教員ユーザー会 2019/6/29

2 | MATLAB

MATLABは、数値計算のためのソフトウェアである。数値計算のアルゴリズムを、数式に近い形で表すことが可能である。また、多くの数値計算アルゴリズムが実装されており、工学分野で広く用いられている。本章では、MATLABのプログラミングを紹介する。

2.1 行列とベクトル

MATLABを用いると、行列やベクトルを数式に近い形式で記述することができる。例えば次の記述は 3×3 行列 A を与える。

```
A = [ 4, -2, 1; ...
      -2, 5, 2; ...
      -2, 3, 2];
```

要素を記号、で区切り、行を記号、で区切る。記号... は、文が続くことを表

172 章末問題解答

```
function [sq_error,amp,phase] = est_amp_phase(time,signal,f)
S = [ sin(2*pi*f*time), -cos(2*pi*f*time) ];
b = (S'*S)\(S'*signal);
p = b(1); q = b(2);
amp = sqrt(p*p+q*q);
phase = atan2(q,p);
est_signal = amp*sin(2*pi*f*time - phase);
sz = size(time);
sq_error = sum((signal - est_signal).^2)/sz(1);
end
```

$f = 5.01$, $A = 2.0$, $\delta = \pi/6$, $\alpha = 1.2$, $T = 0.001$ として、正弦波の信号を連続的に生成する。周波数の値はおおよそ5であり、その範囲を [4.6, 5.4] と仮定する。

```
est_freq = 0(f) est_amp_phase(time, signal, f);
freq = fminbnd(est_freq, 4.6, 5.4);
```

により、誤差が最小となる周波数を求める。その結果、 $\text{freq} = 5.0100$ を得た。関数 fminbnd は、指定した区間で一変数関数の最小値を求める。

[6] $x_0 = 2.00$, $\epsilon = 0.01$ と定めて解くと、最適解は $b^* = 4.9570$ でそのときの整定時間は 1.3980 であることがわかる。 $b = b^*$, 5, 6 に対して、 $x(t)$ のグラフを描くと、解図 8.2 を得る。 $b = 6$ は臨界減衰に相当する。 $b = b^*$ のとき、臨界減衰より早く整定することがわかる。また、 $b = b^*$ のとき、 $x(t)$ のグラフは $x = \pm \epsilon x_0$ のどちらかに接する。

数値計算

数値計算 小テスト 1.2 時間

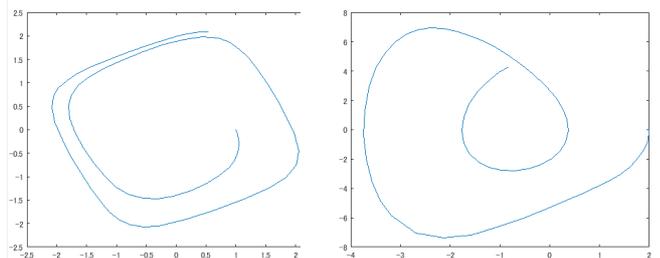
1. 以下の微分方程式 (a), (b), (c), (d), (e) の内、解答用紙に指定されている二つを時間区間 $[0, 4]$ で数値的に解き、 x と y のグラフを描け。(10点)

$$(a) \begin{cases} \dot{x} = (1-y^2)x + 3y \\ \dot{y} = (1-x^2)y - 3x \\ x(0) = 1, \quad y(0) = 0 \end{cases} \quad (b) \begin{cases} \dot{x} = (1-2x-x^2)x - 3y \\ \dot{y} = (1+2y-y^2)y + 3x \\ x(0) = 1, \quad y(0) = 0 \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -2y - 6x - 5x^3 - 3\sin(t) \\ x(0) = 2, \quad y(0) = 0 \end{cases} \quad (d) \begin{cases} \dot{x} = 2x - xy \\ \dot{y} = xy - 3y \\ x(0) = 1, \quad y(0) = 1 \end{cases}$$

$$(e) \begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -(1/10)y - x^3 - 12\sin(t) \\ x(0) = 2, \quad y(0) = 0 \end{cases}$$

数値計算



MATLAB 教員ユーザー会 2019/6/29

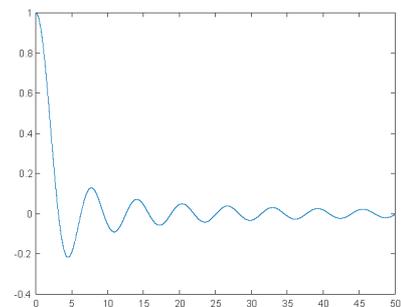
数学演習

- ベクトルと行列の計算
- 微分の計算
- ラプラス変換
- MATLABの紹介
- グラフを描く

MATLAB 教員ユーザー会 2019/6/29

グラフ $(\sin t)/t = \text{sinc } t$

```
t = [0:0.001:50]';
x = sin(t)./t;
plot(t,x);
```



平井 備一 (立命館大学 ロボティクス学科)

数学演習：微分の計算

19 / 21

知能科学

- グラフと経路探索
- 確率的手法
- ニューラルネットワーク

MATLAB 教員ユーザー会 2019/6/29

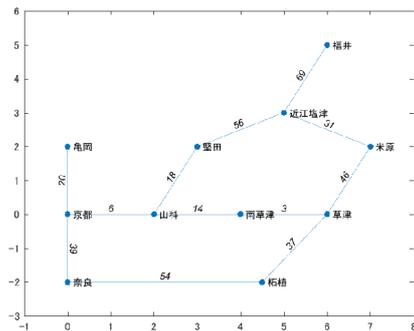
知能科学

ロボットの知能は、記号を対象とする機械知能と実世界との力学的な相互作用にその源がある。本講義では、機械知能と力学的な相互作用がどのようにロボットの知能を構成するかを講義する。チューリングマシン、グラフと経路計画、確率的手法、ニューラルネットワーク、最適化、物体操作について講義する。

- 第1週 10/ 1 ロボットの知能 計算, 力学, 知能
- 第2週 10/ 8 チューリングマシン 状態, 入力記号, 遷移規則
- 第3週 10/15 チューリングマシン 対角線論法, 停止問題
- 第4週 10/22 グラフと経路計画 グラフ, 最短経路問題
- 第5週 10/29 グラフと経路計画 ダイクストラ法, ゲーム木
- 第6週 11/ 5 (小テスト)
- 第7週 11/12 確率的手法 乱数, モンテカルロ法
- 第8週 11/19 確率的手法 移動ロボットの経路計画, Probabilistic Roadmaps
- 第9週 11/26 ニューラルネットワーク ニューロンモデル, 近似定理
- 第10週 12/ 3 ニューラルネットワーク 誤差逆伝播法
- 第11週 12/10 (小テスト)
- 第12週 12/17 最適化 線形計画法
- 第13週 12/24 最適化 線形同次不等式, 双対問題, 非線形最適化
- 第14週 1/ 7 物体操作 運動制約, フォームクロージャ
- 第15週 1/21 物体操作 把持, フォースクロージャ

MATLAB

plot(g, 'XData',x,'YData',y, 'EdgeLabel',g.Edge



最短経路問題

奈良から福井へ至る最短経路 (shortest path)

```
>> shortestpath(g,'奈良','福井')
```

ans =

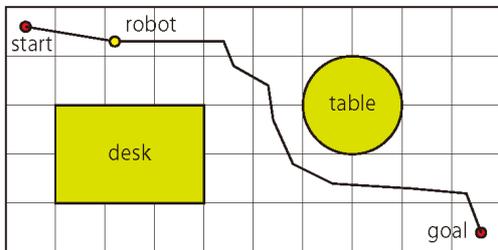
1 × 6 の cell 配列

```

    '奈良', '京都', '山科', '堅田',
    '近江塩津', '福井'

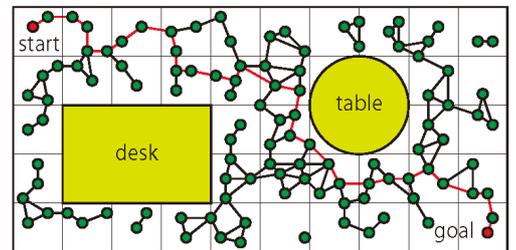
```

移動ロボットの経路計画



障害物 (机, テーブル) と干渉や接触をすることなくスタートからゴールに至る経路を見つける

PRM (Probabilistic Roadmaps)

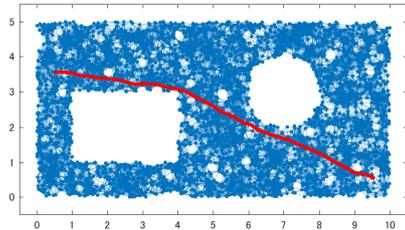


スタートからゴールへ至る経路

MATLAB

知能科学・グラフ
と特務計画
平井 慎一

目次
グラフ
最短経路問題
ダイクストラのアル
ゴリズム
画像
プログラミング
移動ロボットの経
路計画
PRM (Probabilistic
Roadmaps)
ゲーム木
まとめ



Analytical Mechanics

- 静力学の変分原理
- 最適化を用いて数値的に解く
- 動力学の変分原理
- 運動方程式を数値的に解く

MATLAB 教員ユーザー会 2019/6/29

Analytical Mechanics

I will teach basics and applications of analytical mechanics, emphasizing variation principle of statics, variation principle of dynamics, and method of variation. These issues will be applied to link mechanisms, rigid body rotation, and elastic object deformation.

1st	10/8	Introduction: Newton mechanics vs analytical mechanics
2nd	10/15	Variational Principles: variational principle in statics
3rd	10/22	Variational Principles: variational principle in dynamics
4th	10/27	Variational Principles: dynamics under constraints
5th	10/29	MATLAB: numerical calculation using MATLAB
6th	11/5	Link Mechanisms: open link mechanism
7th	11/12	Link Mechanisms: control of open link mechanism
8th	11/19	Link Mechanisms: closed link mechanism
9th	11/26	Rigid Body Rotation: planar rotation
10th	12/3	Rigid Body Rotation: spatial rotation
11th	12/10	Rigid Body Rotation: quaternion
12th	12/17	Elastic Deformation: elastic potential energy
13th	12/24	Elastic Deformation: finite element method (FEM)
14th	1/7	Elastic Deformation: dynamic deformation
15th	1/21	Inelastic Deformation: 2D/3D inelastic deformation

Handouts

1st Introduction	reduced copy	
2nd-4th Variational Principles	reduced copy	sample programs
5th MATLAB	reduced copy	sample programs
6th-8th Link Mechanisms	reduced copy	sample programs
	appendix	
9th-11th Rigid Body Rotation	reduced copy	sample programs
12th-14th Elastic Deformation	reduced copy	sample programs

Vector and Matrix

Column vector

$$x = [2; 3; -1];$$

Row vector

$$y = [2, 3, -1];$$

Matrix

$$A = [4, -2, 1; \dots \\ -2, 5, 2; \dots \\ -2, 3, 2];$$

Shinichi Hirai (Dept. Robotics, Ritsumeikan)

Analytical Mechanics: MATLAB

9 / 47

Statics under single constraint

Solve

$$\begin{aligned} \text{minimize } & I = U - W \\ \text{subject to } & R = 0 \end{aligned}$$

numerically



Let $m = 0.01$, $l = 2.0$, $g = 9.8$, $f_x = 0.1$, $f_y = 0.2$

Apply `fmincon` to minimize a function numerically under constraints

Shinichi Hirai (Dept. Robotics, Ritsumeikan) Analytical Mechanics: Variational Principles

25 / 71

Example (pendulum in Cartesian coordinates)

Combining equations of motion and equation for constraint stabilization:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= v_x \\ \dot{y} &= v_y \\ \begin{bmatrix} m & & -R_x \\ & m & -R_y \\ -R_x & -R_y & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{v}_x \\ \dot{v}_y \\ \lambda \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} f_x \\ -mg + f_y \\ C(x, y, v_x, v_y) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

five equations w.r.t. five unknown variables x, y, v_x, v_y and λ

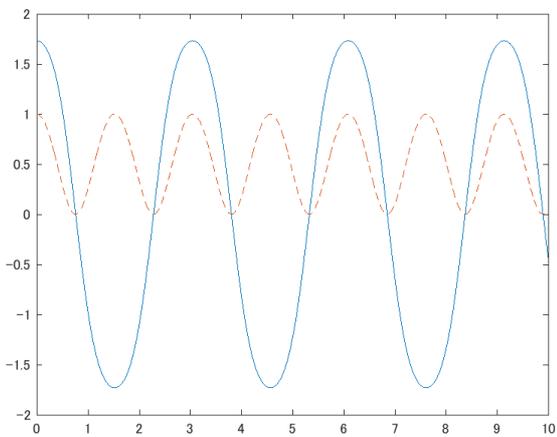
given $x, y, v_x, v_y \implies \dot{x}, \dot{y}, \dot{v}_x, \dot{v}_y$

This canonical ODE can be solved numerically by an ODE solver.

Shinichi Hirai (Dept. Robotics, Ritsumeikan)

Analytical Mechanics: Variational Principles

58 / 71



まとめ: 講義の経験より

- 興味を持つ受講生とそうでない受講生に分かれる
- 小テストにおける数値計算: 3~4割程度は正答
- インストールに苦労した受講生は初年度より減っている印象

MATLAB 教員ユーザー会 2019/6/29

まとめ: 講義の経験より

- 興味を持つ受講生に有効
- BYODを前提にカリキュラムを編成

MATLAB 教員ユーザー会 2019/6/29

MATLAB 教員ユーザー会 2019/6/29