

# 仮想レオロジー物体における変形計算

平井 慎一, 徳本 真一  
立命館大学ロボティクス学科

## Deformation Computing for Virtual Rheological Objects

Shinichi HIRAI and Shinichi TOKUMOTO  
Dept. Robotics, Ritsumeikan Univ., Kusatsu, Shiga 525-8577

**Abstract** - In this paper, we will present a parallel deformation computing for virtual rheological objects. It is required to compute the deformation and the force response in realtime to construct virtual rheological objects. We will establish their parallel computing to implement the computation on FPGA's.

### 1. はじめに

仮想空間を構築するときには、現実世界に存在する様々な特性を有する物体を扱う必要がある。粘弾性物体や塑性物体に関しては、仮想物体を構築する手法が提案されている [1, 2]。一方、食品や生体組織など、レオロジー的変形特性を有する物体に関しては、仮想物体を構築する手法が確立していない。レオロジー物体とは、戻り変位と残留変位を有する柔軟物であり、複雑な変形特性を示す。著者らは、レオロジー物体をモデリングする手法を提案した [3]。しかしながら、変形計算の計算量が多く、PC 上では実時間計算が困難であることが判明した。仮想レオロジー物体の構築においては、物体の変形と力覚を提示するために、変形計算をリアルタイムで実行する必要がある。そこで本報告では、変形計算を FPGA で実行するために、変形計算の並列アルゴリズムを構築する。

### 2. レオロジー物体

Fig.1-(a) に示す初期形状を有する物体に外力を作用させると、Fig.1-(b) に示すように変形すると仮定する。粘弾性物体では、Fig.1-(c) に示すように、外力を解放したときの形状が初期形状に一致する。すなわち、戻り変位があり、残留変位はない。塑性物体では、Fig.1-(d) に示すように、外力を解放したときの形状が変形形状に一致する。すなわち、残留変位があり、戻り変位はない。Fig.1-(e) に示すように、戻り変位と残留変位の両方を有する物体を、レオロジー物体とよぶ。食品や生体組織は、レオロジー物体に分類される。

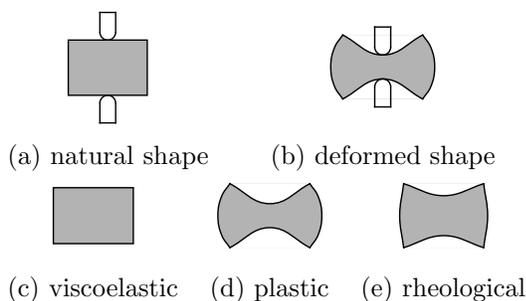


Fig.1: Viscoelastic object, plastic object, and rheological object

### 3. 格子モデルの運動方程式

本節では、格子モデルの運動方程式を導く。格子モデルとは、一次元レオロジー要素を格子状に結合して

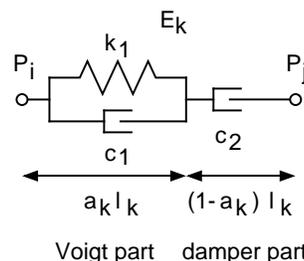


Fig.2: Three-element model

構築する、三次元の仮想レオロジー物体である。格子モデルは、質点の集合と質点を結ぶレオロジー要素の集合から構成される。質点に順次番号を付し、第  $i$  質点を  $P_i$  で表す。また、レオロジー要素に順次番号を付し、第  $k$  要素を  $E_k$  で表す。レオロジー要素  $E_k$  は、両端の質点番号を属性として含む。両端の一方をレオロジー要素の始点、他方を終点とよぶ。

仮想レオロジー物体の運動方程式を導く。Fig.2に示すように、質点  $P_i$  と  $P_j$  が三要素モデル  $E_k$  で接続されている。ただし、始点を  $P_i$ 、終点を  $P_j$  とする。質点  $P_i$  の位置を  $x_i$ 、速度を  $v_i$ 、質量を  $m_i$  で表す。レオロジー要素の長さを  $l_k$  とし、フォークト部の長さを  $a_k l_k$  とする。このとき、ダンパー部の長さは  $(1-a_k)l_k$  で与えられる。また、フォークト部の自然長を  $L_k$  で表す。Fig.2に示す力学系の状態変数は、 $x_i, v_i, x_j, v_j, a_k$  である。

フォークト部の伸びは  $a_k l_k - L_k$  に等しいので、三要素モデル  $E_k$  がフォークト部に与える力の大きさ  $f_k$  は、

$$f_k = -k_1 \{a_k l_k - L_k\} - c_1 \{\dot{a}_k l_k + a_k \dot{l}_k\}$$

である。ダンパー部の長さは  $(1-a_k)l_k$  に等しいので、三要素モデルがダンパー部に与える力は、

$$f_k = -c_2 \{-\dot{a}_k l_k + (1-a_k)\dot{l}_k\} \quad (1)$$

である。フォークト部に作用する力とダンパー部に作用する力は等しいので、

$$\dot{a}_k = \frac{-k_1 \{a_k l_k - L_k\} - \{c_1 a_k - c_2(1-a_k)\}\dot{l}_k}{(c_1 + c_2)l_k} \quad (2)$$

が得られる。レオロジー部の長さ  $l_k$  は、次式を満たす。

$$l_k^2 = (x_i - x_j) \cdot (x_i - x_j). \quad (3)$$

上式を時間微分すると

$$\dot{l}_k = \frac{(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j) \cdot (\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j)}{l_k}. \quad (4)$$

したがって、三要素モデル  $E_k$  が始点  $P_i$  に与える力は  $f_k e_k$  であり、終点  $P_j$  に与える力は  $-f_k e_k$  である。ここで、 $e_k$  は、始点から終点に向かう単位ベクトルであり、次式で与えられる。

$$e_k = \frac{\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i}{l_k}. \quad (5)$$

質点  $P_i$  を始点とする三要素モデルの集合を  $R_i$ 、質点  $P_j$  を終点とする三要素モデルの集合を  $S_j$  で表す。このとき、集合  $R_i$  に含まれる三要素モデル  $E_k$  が、質点  $P_i$  に加える力は  $f_k e_k$  に一致する。また、集合  $S_j$  に含まれる三要素モデル  $E_k$  が、質点  $P_j$  に加える力は  $-f_k e_k$  に一致する。したがって、質点  $P_i$  の運動方程式は、

$$m_i \dot{\mathbf{v}}_i = \sum_{k \in R_i} f_k e_k - \sum_{k \in S_i} f_k e_k + \mathbf{F}_i^{ext} \quad (6)$$

と表される。ここで  $\mathbf{F}_i^{ext}$  は、質点  $P_i$  に作用する外力である。結局、格子モデルの運動方程式は、(2)(6) 式で与えられる。

#### 4. 並列変形計算

本節では、格子モデルで表されたレオロジー物体の変形を並列に計算する手法を開発する。三要素モデル  $E_k$  に作用する力  $f_k e_k$  は、(1)(2)(3)(4) 式を用いて、状態変数  $x_i, v_i$  ならびに  $a_k$  から計算することができる。また、三要素モデルから質点に作用する力は、 $f_k e_k$  あるいは  $-f_k e_k$  で与えられる。そこで、Fig.3に示すように、三要素モデルの始点と終点の位置、速度から、 $f_k e_k$  と  $-f_k e_k$  を計算する論理回路  $E_k$  を、基本演算要素として用いる。

三要素モデルから質点  $P_i$  に作用する力の総和は、

$$\mathbf{F}_i = \sum_{k \in R_i} f_k e_k - \sum_{k \in S_i} f_k e_k \quad (7)$$

で表される。論理回路  $E_k$  を用いて、質点  $P_i$  に作用する合力  $\mathbf{F}_i$  を計算する回路を構成する。Fig.4-(a) に示す格子モデルを例に説明する。この格子モデルは、4 個の質点と 5 個の三要素モデルから構成される。各々の三要素モデルの向きを、始点から終点に至る矢印で表す。Fig.4-(a) に示す格子モデルに対して、合力を計算する論理回路を Fig.4-(b) に示す。論理回路  $E_k$  の入力、始点の位置、速度と終点の位置、速度である。論理回路  $E_0$  の始点に対応する入力、質点  $P_0$  に、終点に対応する入力、質点  $P_1$  に接続される。論理回路  $E_1$  の始点に対応する入力、質点  $P_2$  に、終点に対応する入力、質点  $P_0$  に接続される。このように、入力と質点の対応は、各々の三要素モデルの始点と終点から定まる。ま

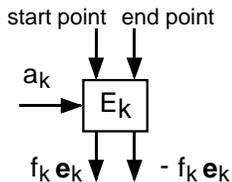
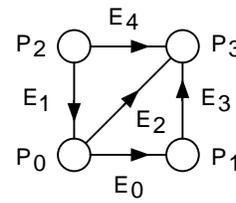
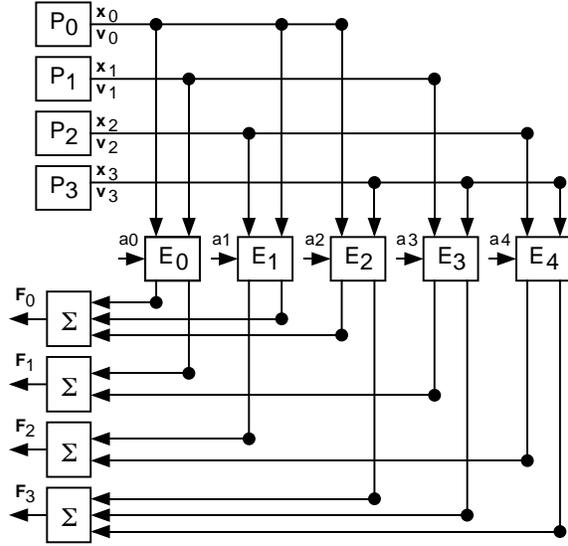


Fig.3: Element to compute rheological force



(a) example of lattice model



(b) data flow in computation

Fig.4: Parallel computing rheological forces

た、 $E_k$  の出力  $f_k e_k$  と  $-f_k e_k$  から、合力  $\mathbf{F}_i$  を計算する。論理回路  $E_0$  の出力  $f_0 e_0$  は合力  $\mathbf{F}_0$  に、出力  $-f_0 e_0$  は合力  $\mathbf{F}_1$  に接続される。論理回路  $E_1$  の出力  $f_1 e_1$  は合力  $\mathbf{F}_2$  に、出力  $-f_0 e_0$  は合力  $\mathbf{F}_0$  に接続される。このように、出力と合力との対応は、各々の三要素モデルの始点と終点から定まる。論理回路  $E_0, E_1, \dots, E_4$  は、並列に動作することができる。結局、各々の三要素モデルの始点と終点に関する情報から、合力  $\mathbf{F}_k$  を並列に計算する論理回路を構成することができる。

#### 5. おわりに

本報告では、仮想レオロジー物体の変形を並列に計算する手法を提案した。レオロジー要素が発生する力を計算する論理回路を、基本演算要素として用いることにより、格子点に作用する合力を並列に計算できることを示した。今後は、論理回路を Cycle C を用いて記述し、論理回路を設計する。さらに、設計した論理回路を FPGA に実装し、仮想レオロジー物体の高速変形計算を実現する。

#### 【参考文献】

- 1) Terzopoulos, D., Platt, J., Barr, A., and Fleisher, K., *Elastically Deformable Models*, Computer Graphics, Vol.21, No.4, pp.205–214, 1987
- 2) Chai, Y., and Luecke, G. R., *Virtual Clay Modeling Using the ISU Exoskeleton*, Proc. IEEE Virtual Reality Annual Int. Symp., pp.76–80, 1998
- 3) 徳本, 平井, 形状制御のためのレオロジー物体の変形モデリング, 日本ロボット学会誌, Vol.18, No.8, pp.1141–1148, 2000