日本バーチャルリアリティ学会第 7 回大会論文集 (2002 年 9 月)

仮想レオロジー物体の変形シミュレーション

Deformation Simulation in Virtual Rheological Objects

木村政文，杉山勇太，友國誠至，平井慎一

Masafumi KIMURA, Yuuta SUGIYAMA, Seiji TOMOKUNI, and Shinichi HIRAI

立命館大学ロボティクス学科

（〒 525-8577 滋賀県草津市, hirai@se.ritsumei.ac.jp）

Abstract : A physical modeling of virtual rheological objects is presented. Objects showing rheological nature involve food and biological tissues while no systematic approach to build their virtual objects can be found. In this report, we will construct a physical model of 2D/3D rheological objects.

Key Words: *rheological objects, modeling, deformation, contact, friction*

1. はじめに

仮想空間を構築するときには，現実世界に存在する様々な特性を有する物体を構築する必要がある．粘弾性物体や塑性物体に関しては，仮想物体を構築する手法が提案されている [1, 2]．一方，食品や生体組織など，レオロジー的変形特性を有する物体に関しては，仮想物体を構築する手法は確立していない．レオロジー物体とは，戻り変位と残留変位を有する柔軟物であり，多様な変形特性を示す．本報告では，仮想レオロジー物体を構築するために，レオロジー物体のモデリング手法と変形計算手法を提案する．

2. レオロジー物体

図 1-(a) に示す初期形状を有する物体に外力を作用させると，図 1-(b) に示すように変形すると仮定する．粘弾性物体では，図 1-(c) に示すように，外力を解放したときの形状が初期形状に一致する．すなわち，戻り変位があり，残留変位はない．塑性物体では，図 1-(d) に示すように，外力を解放したときの形状が変形形状に一致する．すなわち，残留変位があり，戻り変位はない．図 1-(e) に示すように，戻り変位と残留変位の両方を有する物体を，レオロジー物体とよぶ．食品や生体組織は，レオロジー物体に分類される．

三角形要素あるいは四面体要素を組み合わせて，二次元あるいは三次元形状を表す．各要素の頂点に質点を，稜線にレオロジー要素を配置することにより，レオロジー物体の変形過程を表すことができる．したがって，物体モデルは，質点の集合と質点を結ぶレオロジー要素の集合から構成される．質点に順次番号を付し，第 i 質点を P_i で表す．また，レオロジー要素に順次番号を付し，第 k 要素を E_k で表す．レオロジー要素 E_k は，両端の質点番号を属性として含む．両端の一方をレオロジー要素の始点，他方を終点とよぶ．

仮想レオロジー物体の運動方程式を導く．図 2に示すように，質点 P_i と P_j が三要素モデル E_k で接続されている．ただし，始点を P_i，終点を P_j とする．質点 P_i の位置を $\boldsymbol{x}_i$，速度を $\boldsymbol{v}_i$，質量を m_i で表す．レオロジー要素の長さを l_k とし，フォークト部の長さを $a_k l_k$ とする．このとき，ダンパー部の長さは $(1-a_k)l_k$ で与えられる．また，フォークト部の自然長を L_k で表す．図 2に示す力学系の状態変数は，$\boldsymbol{x}_i, \boldsymbol{v}_i, \boldsymbol{x}_j, \boldsymbol{v}_j, a_k$ である．フォークト部の伸びは $a_k l_k - L_k$ に等しいので，三要素モデル E_k がフォークト部に与える力の大きさ f_k は，

$$f_k = -k_1\{a_k l_k - L_k\} - c_1\{\dot{a}_k l_k + a_k \dot{l}_k\} \qquad (1)$$

である．ダンパー部の長さは $(1-a_k)l_k$ に等しいので，三要素モデルがダンパー部に与える力は，

$$f_k = -c_2\{-\dot{a}_k l_k + (1-a_k)\dot{l}_k\} \qquad (2)$$

である．フォークト部に作用する力とダンパー部に作用する力は等しいので，

$$\dot{a}_k = \frac{-k_1\{a_k l_k - L_k\} - \{c_1 a_k - c_2(1-a_k)\}\dot{l}_k}{(c_1+c_2)l_k} \qquad (3)$$

が得られる．レオロジー部の長さ l_k は，次式を満たす．

$$l_k^2 = (\boldsymbol{x}_i - \boldsymbol{x}_j)\cdot(\boldsymbol{x}_i - \boldsymbol{x}_j). \qquad (4)$$

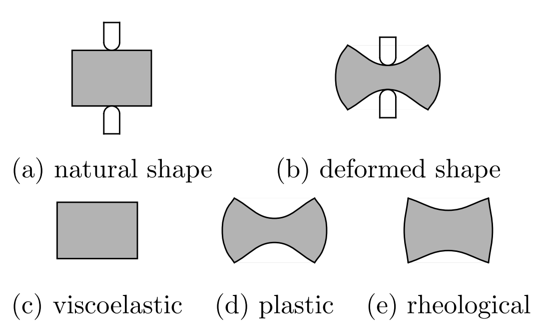


図 1: 粘弾性物体，塑性物体，レオロジー物体

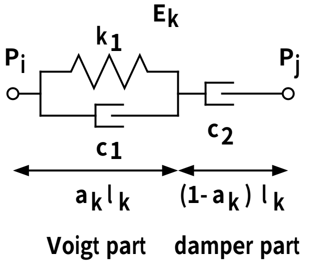


図 2: 三要素モデル

上式を時間微分すると

$$\dot{l}_k = \frac{(\boldsymbol{x}_i - \boldsymbol{x}_j)\cdot(\boldsymbol{v}_i - \boldsymbol{v}_j)}{l_k}. \tag{5}$$

したがって，三要素モデル E_k が始点 P_i に与える力は $f_k\boldsymbol{e}_k$ であり，終点 P_j に与える力は $-f_k\boldsymbol{e}_k$ である．ここで，$\boldsymbol{e}_k$ は，始点から終点に向かう単位ベクトルであり，次式で与えられる．

$$\boldsymbol{e}_k = \frac{\boldsymbol{x}_j - \boldsymbol{x}_i}{l_k}. \tag{6}$$

質点 P_i を始点とする三要素モデルの集合を R_i，質点 P_i を終点とする三要素モデルの集合を S_i で表す．このとき，集合 R_i に含まれる三要素モデル E_k が，質点 P_i に加える力は $f_k\boldsymbol{e}_k$ に一致する．また，集合 S_i に含まれる三要素モデル E_k が，質点 P_i に加える力は $-f_k\boldsymbol{e}_k$ に一致する．したがって，質点 P_i の運動方程式は，

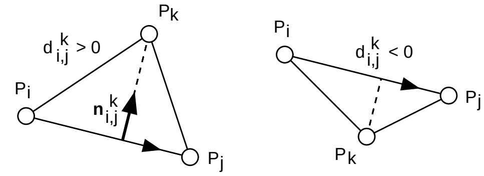
$$m_i\dot{\boldsymbol{v}}_i = \sum_{k\in R_i} f_k\boldsymbol{e}_k - \sum_{k\in S_i} f_k\boldsymbol{e}_k + \boldsymbol{F}_i^{ext} \tag{7}$$

と表される．ここで $\boldsymbol{F}_i^{ext}$ は，質点 P_i に作用する外力である．結局，物体モデルの運動方程式は，(3)(7) 式で与えられる．したがって，運動方程式の解を数値的に計算することにより，仮想レオロジー物体の変形を求めることができる．

3. 位相保持

物体モデルにおいて，変形を正確に計算するためには，質点どうしの位相的な接続関係が保たれなくてはならない．しかしながら，離散時間で変形を計算するときには，位相的な接続関係が崩れ，変形計算に失敗することがたびたび生じる．そこで本節では，物体モデルにおいて，位相的な接続関係を保つ手法を検討する．

二次元物体モデルにおいて位相的な接続関係が崩れるのは，図 3-(a),(b) に示すような鏡像どうしを区別できないことに起因する．そこで，鏡像どうしが区別できるように，個々の稜線に向きを付ける．稜線に向きが定義されているので，図 3に示すように，三角要素の格子点 P_k と稜線 P_iP_j との間に，符号付距離を定義することができる．稜線 P_iP_j に垂直で，自然状態における P_k を向く単位ベクトルを $\boldsymbol{n}^k_{ij}$，稜線 P_iP_j と格子点 P_k との符号付き距離を d^k_{ij} とする．位相的な接続関係を保つためには，符号付き距離 d^k_{ij} の値が小さくなったとき，質点 P_k に稜線から離れる方向の力を作用させればよい．本報告では，このような力が



(a) positive (b) negative

図 3: 頂点と稜線の符号付き距離

仮想的なフォーク卜要素により生成されると考え，以下に示す人工的な力を導入する．

$$\boldsymbol{f}^k_{ij} = \begin{cases} \boldsymbol{0} & (d^k_{ij} > \epsilon) \\ \{-K(d^k_{ij} - \epsilon) - C\dot{d}^k_{ij}\}\boldsymbol{n}^k_{ij} & (d^k_{ij} \le \epsilon) \end{cases} \tag{8}$$

ここで，K, C はフォーク卜部の弾性係数，粘性係数，ϵ は微小な正の定数である．符号付き距離 d^k_{ij} が閾値 ϵ より小さくなったとき，仮想的なフォーク卜要素が生成する力により，質点 P_k は稜線 P_iP_j より離れる方向に動く．なお，三次元物体モデルにおいては，四面体要素の頂点と対向する三角形との間で，同様の符号付き距離が定義でき，上述の議論を適用することができる．

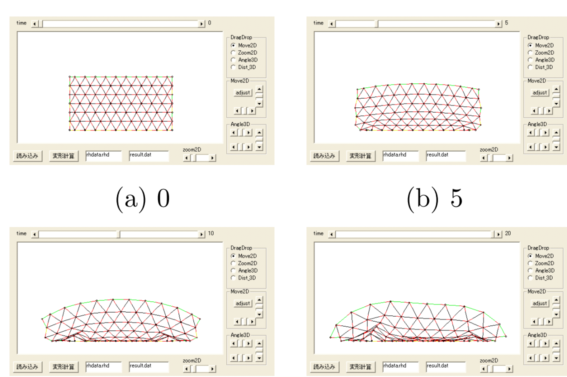
位相的な接続関係が崩れる原因で，レオロジー要素特有の問題として，フォーク卜部とダンパー部の長さの比率がある．フォーク卜部の長さの比率は，a_k で与えられる．変数 a_k は，条件 $0 \le a_k \le 1$ を満たさなくてはならない．しかしながら，計算過程において，この条件が満たされなくなり，位相的な接続関係がたびたび崩れる．そこで本報告では，フォーク卜部の長さ比率の許される最小値を a_{min}，最大値を a_{max} で表し，変数 a_k に対して制約条件

$$a_{min} \le a_k \le a_{max} \tag{9}$$

を課す．計算過程で a_k の値が a_{min} を下回ったときには，a_k の値を a_{min} とする．また，a_k の値が a_{max} を越えたときには，a_k の値を a_{max} とする．

4. 力依存型非線形ダンパー

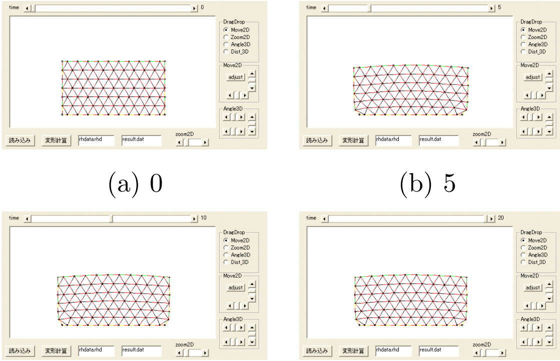
レオロジー要素は，残留変位を表すために，独立の粘性要素を含んでいる．通常の三要素モデルでは，独立の粘性要素を線形ダンパーで表す．しかしながら，



(a) 0 (b) 5

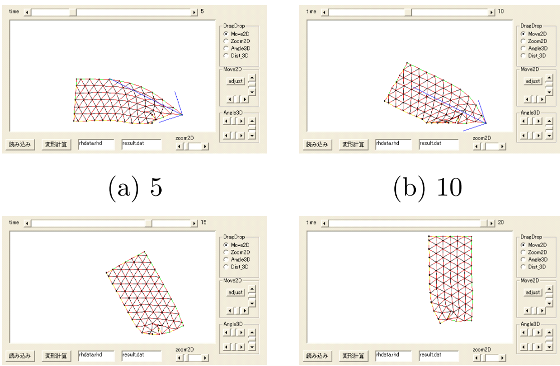
(c) 10 (d) 20

図 4: 線形ダンパー



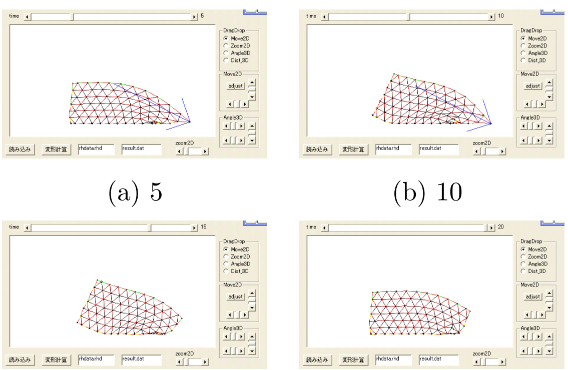
(a) 0　(b) 5
(c) 10　(d) 20

図 5: 力依存型非線形ダンパー



(a) 5　(b) 10
(c) 15　(d) 20

図 6: 重力なし



(a) 5　(b) 10
(c) 15　(d) 20

図 7: 重力あり

線形ダンパーにおいては，力が作用し続ける限り，変位が増加あるいは減少し続ける．この性質は，重力を導入する障害になる．すなわち，質点に重力が作用し続ける限り，レオロジー要素が変形し，結果として物体の形状が崩れてしまう．図 4に，線形ダンパーを含む三要素モデルから構成される物体モデルに対して，変形過程を計算した例を示す．図に示すように，重力が作用している限り物体が変形し，形状が崩れる．そこで，本報告では，独立の粘性要素に，力依存型非線形ダンパーを導入する．力依存型非線形ダンパーでは，ダンパーに作用する力の大きさ f に応じて，ダンパーの粘性係数が変化する．重力下で物体の形状を保つためには，ダンパーに作用する力が小さいときに，ダンパーの粘性係数を大きくし，変形が進まないようにすればよい．本報告では，力依存型非線形ダンパーの粘性係数を，次式で与える．

$$c_2 = \begin{cases} c_{max} & (f \leq f_1) \\ Ae^{-Bf} & (f_1 \leq f \leq f_2) \\ c_{min} & (f \geq f_2) \end{cases}$$

ここで，f_1, f_2, A, B は定数であり，$c_{max} = Ae^{-Bf_1}$，$c_{min} = Ae^{-Bf_2}$ を満たす．力依存型非線形ダンパーを含む三要素モデルから構成される物体モデルに対して，変形過程を計算した例を図 5に示す．図より，重力下で変形形状が安定に保たれていることがわかる．

力依存型非線形ダンパーを導入することにより，重力に代表される物体力の有無にかかわらず，変形形状を安定に計算することができる．図 6，図 7は，テーブル上のレオロジー物体に外力を加えたときの挙動を表す．図 6に示すように，重力が無い場合は，外力が 0 になると物体とテーブル間に作用する反力でレオロジー物体が上方に動く．一方，図 7に示すように，重力が作用している場合は，テーブルから離れていた部分が再びテーブルと接触する．

(a) initial　(b) final

図 8: 粘弾性物体のモデリング

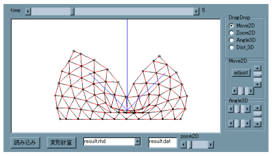
(a) initial　(b) final

図 9: 塑性物体のモデリング

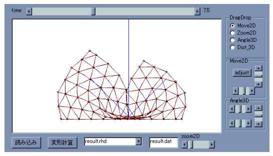
5. 粘弾性と塑性の表現

本報告で提案する手法を用いると，粘弾性物体から塑性物体までを，統一的に表現することができる．粘弾性は，レオロジー要素のフォークト部のみでモデリングできる．フォークト部の比率 a_k には，(9) 式に示す制約が加えられている．したがって粘弾性は，a_{min} と a_{max} の値を，ともに 1 に設定することにより表すことができる．粘弾性物体のモデリング例を，図 8に示す．

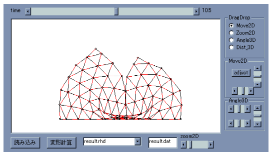
塑性は，単一のダンパーで表すことができる．フォークト部の弾性係数 k_1 の値を 0 に設定することにより，三要素モデルは直列接続された二つのダンパーに一致する．フォークト部の粘性係数 c_1 と非線形ダンパーの粘性係数 c_2 が直列に接続された場合，全体の粘性係数は，$c_1 c_2/(c_1 + c_2)$ で与えられる．ただし，重力下で物体の形状を保つためには，ダンパーに作用する力が小さいときに，非線形ダンパーの挙動が支配的であることが望まれる．すなわち，$c_1 >> c_2$ が満たされなくてはならない．また，この条件が満たされると



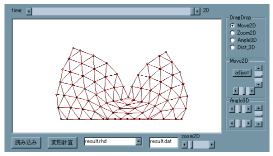
(a) 5



(b) 7.5

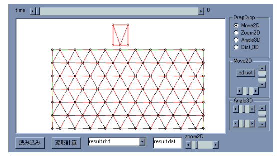


(c) 10.5

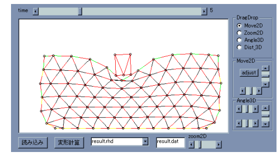


(d) 20

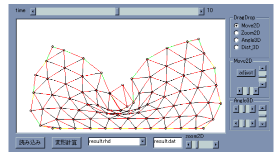
図 10: 二つの部分の衝突



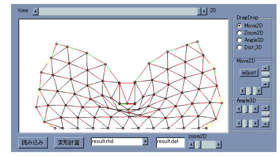
(a) 0



(b) 5



(c) 10



(d) 20

図 11: レオロジー物体上に剛体を置いたときの挙動

きには，ダンパーに作用する力の大小にかかわらず，非線形ダンパーの挙動が支配的である．以上の議論より，塑性を表現するときには，

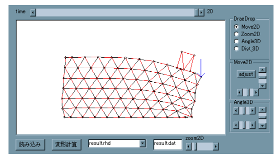
$$k_1 = 0, \qquad c_1 = c_{max}$$

と設定すればよい．塑性の特性は，非線形ダンパーのパラメータ c_{min} と f_2 の値を指定することにより表す．塑性物体のモデリング例を，図 9に示す．

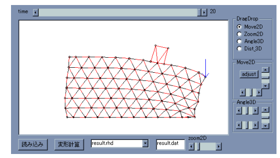
6. 衝突と摩擦の表現

レオロジー物体と他のレオロジー物体との衝突，あるいはレオロジー物体の二つの部分の衝突が生じると，衝突部分に抗力が発生する．表面の頂点と稜線あるいは表面の頂点と三角形の間で，(8) 式と類似の人工力を定めることより，抗力を表現することができる．二次元モデルの場合，頂点と稜線の距離がある閾値以下であり，かつ頂点から稜線に降ろした足が稜線上にある場合，頂点と稜線にフォークト要素による力を作用させる．三次元モデルの場合，頂点と三角形の間で，同様の計算を行う．図 10に，衝突を考慮して物体変形を計算した例を示す．図 10-(b) に示すように，力の作用点近傍で，物体の左側部分と右側部分が衝突している．しかしながら，図 10-(c),(d) に示すように，二つの部分が干渉することなく，変形が計算できていることがわかる．また，図 11に，レオロジー物体上に剛体を置いたときの挙動を計算した例を示す．剛体は，弾性係数の値が大きい粘弾性物体として表す．これにより，二つのレオロジー物体の衝突として，挙動を計算することができる．図に示すように，物体の変形が計算されている．

物体どうしの衝突に起因する抗力を求めているので，動摩擦を計算することができる．動摩擦力の大きさは，クーロン・アモントン則から計算する．動摩擦力の方向は，頂点と稜線あるいは頂点と三角形の相対速度より決定する．図 12に，動摩擦の有無による挙動の違いを示す．この例では，大きいレオロジー物体の上に小さい粘弾性物体を載せ，レオロジー物体の右側に外力を下向きに作用させる．すると，粘弾性物体が右向きに滑べる．粘弾性物体は，レオロジー物体としてモデリングする．図 12(a) では，表面に摩擦が作用しないので，粘弾性物体は，大きく滑べる．一方，図 12(b) では，表面に摩擦が作用するので，粘弾性物体は，少ししか滑べらない．動摩擦係数は 0.3 と設定した．このように，レオロジー物体間あるいはレオロジー物体の部分間の動摩擦を表現することができる．

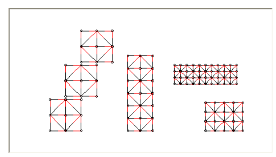


(a) frictionless surface

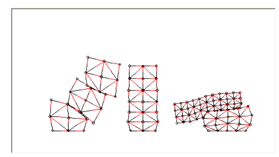


(b) frictional surface

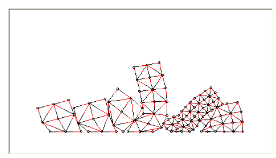
図 12: 動摩擦の有無による挙動の違い



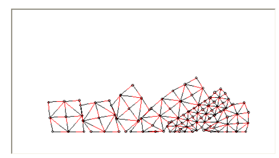
(a) 0



(b) 5



(a) 10



(b) 20

図 13: 複数物体の衝突

提案する手法を用いると，図 13に示すように，複数のレオロジー物体の衝突を表現することができる．

7. おわりに

本報告では，レオロジー物体のモデリング手法と変形計算手法を提案した．提案する手法は，すでに三次元に拡張した．今後は，1) 実物体からのモデル同定，2) FPGA を用いた高速計算，3) 力覚提示装置との接続を進める．

参考文献

[1] Terzopoulos, D., Platt, J., Barr, A., and Fleisher, K., *Elastically Deformable Models*, Computer Graphics, Vol.21, No.4, pp.205–214, 1987

[2] Chai, Y., and Luecke, G. R., *Virtual Clay Modeling Using the ISU Exoskeleton*, Proc. IEEE Virtual Reality Annual Int. Symp., pp.76–80, 1998