

# 半球型柔軟指の動的粘弾性モデルと 2指ハンドによる物体把持の安定性解析

井上 貴浩 平井 慎一 (立命館大学)

## Viscoelastic Model of Soft Fingertip and Stability of Object Grasping

Takahiro Inoue and Shinichi Hirai

Graduate School of Science and Engineering, Ritsumeikan Univ.,

1-1-1 Noji-Higashi, Kusatsu, Shiga 525-8577, Japan

E-mail: gr018026@se.ritsumei.ac.jp

**Abstract**— This paper derives a new dynamic viscoelastic contact deformation model including viscosity inside a hemispherical soft fingertip. First, a static model without viscosity is mentioned, in which the infinite number of virtual springs are introduced inside the soft fingertip. This model shows a local minimum of elastic force caused by the shrinkage of the fingertip. Second, we introduce the coefficient of viscosity for a single virtual spring, and derive a dynamic viscoelastic model that is able to represent the motion of an object grasped by two robotic fingers. Finally, we focus on an equation of motion of the grasped object relating to rotational motion around the gravity center of object. Also, a stability of the object grasping is demonstrated, in which the object orientation converges to a certain angle due to the viscosity with no control input through both fingers.

**Key Words:** Soft fingertip, Viscosity, Elastic force, Dynamics, Grasping, Stability

### 1. はじめに

柔軟指の詳細な変形形状やその圧力分布を解析した研究<sup>1,2,3)</sup>において、対象物が指先に斜めに接触する場合のモデルや対象物の運動方程式の記述はない。柔軟指内でミーゼスの降伏応力や歪テンソルを定義してより詳細な変形が理解できても対象物の柔軟指による動的振る舞いを記述しなければ、安定把持や姿勢制御に関する解析を議論できないのは明らかである。

本稿では、これまでの研究で導出した柔軟指の粘性項を無視した静的な接触変形モデルを使って、柔軟指の変形による弾性力が対象物が指先に対して垂直に接触する場合に極小値を持つことを示す。続いて粘性項を含んだ場合の柔軟指のモデリングの詳細を述べ、把持対象物である平行平面物体の重心回りの運動方程式を導出する。筆者らが提案した最も簡単な無限個の仮想ばねによる接触変形モデルを発展させ粘性項を導入することで柔軟指の動的粘弾性接触変形モデルを示す。さらに、柔軟2指ロボットハンドによる平面物体の把持を想定し、指からの制御入力がない場合の対象物の姿勢安定性について述べる。

### 2. 静的弾性モデルによる柔軟指ポテンシャル解析

Fig.1のように対象物が指先に対して任意の姿勢角を維持しながら垂直下方向に接触する場合を仮定し、指先上部の縮み全体による弾性力を定式化する<sup>4,5)</sup>。

指先内部に導入した点R上の単一仮想ばねをとると、指先半球との交点Qと対象物との接触面との交点Pの指先下部座標系 $\Sigma_{Fi}$ における座標はそれぞれ以下のよ

うに表現できる。

$$P: \begin{bmatrix} x \\ y \\ \frac{a-d-x\sin\theta_{obj}}{\cos\theta_{obj}} \end{bmatrix}, Q: \begin{bmatrix} x \\ y \\ \sqrt{a^2-(x^2+y^2)} \end{bmatrix}. \quad (1)$$

ここで $\theta_{obj}$ は対象物の指先z軸からの姿勢角、 $a$ は指先の半径を意味し、接触面の方程式は $x \cdot \sin\theta_{obj} + z \cdot \cos\theta_{obj} = a - d$ である。

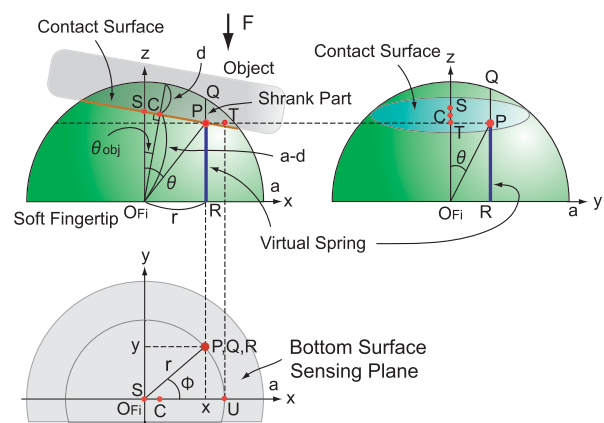


Fig.1 Translational contact model

このとき単一仮想ばねの対象物との接触による縮み量PQは、幾何学的な関係と(1)式から次のように表

せる．

$$PQ(d, \theta_{obj}) = \sqrt{a^2 - (x^2 + y^2)} - \frac{a - d - x \sin \theta_{obj}}{\cos \theta_{obj}}. \quad (2)$$

ここで  $d$  は指先の最大変位量を意味し，(2) 式は任意の点  $R$  での仮想ばねをとるとその縮み量  $PQ$  は，対象物の姿勢角  $\theta_{obj}$  と最大変位量  $d$  によって一意に決まることを示す．よって単一仮想ばねの縮み  $PQ$  による微小弾性力  $dF$  は，以下の式になる．

$$dF(d, \theta_{obj}) = E \left( 1 - \frac{a - d - x \sin \theta_{obj}}{\cos \theta_{obj} \sqrt{a^2 - (x^2 + y^2)}} \right) dx dy. \quad (3)$$

ここで， $E$  は材料のヤング率を示し実際に引張実験により計測した値を用いた．Fig.2 のように積分範囲が楕円になることに注意して (3) 式に対して  $x$  と  $y$  に関して数値積分を行うと，Fig.3 のようなシミュレーション結果が得られる．

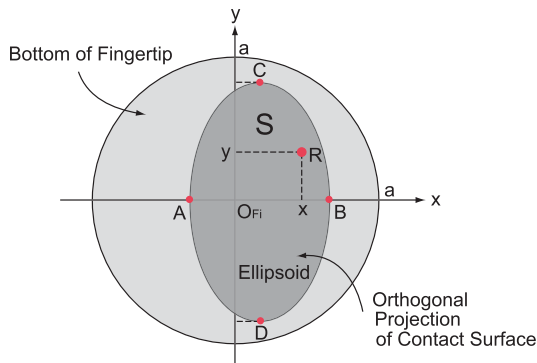


Fig.2 Integrating area

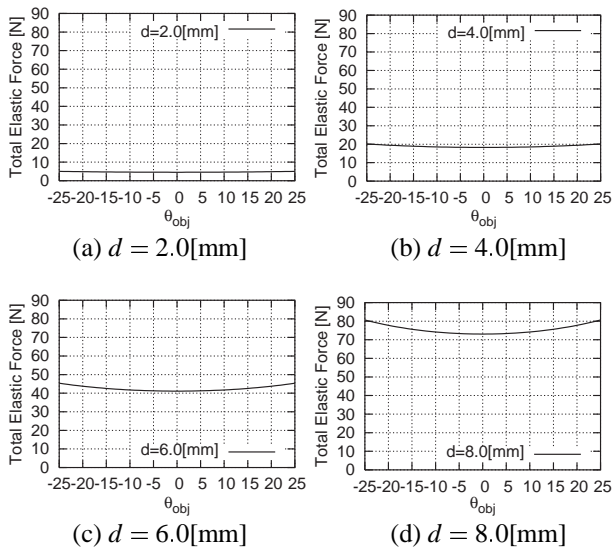


Fig.3 Local minimum of total elastic force

まず，柔軟指の直径を 40[mm] に設定する．指先の最大変位量  $d$  を固定し対象物を反時計回りに  $-25[\text{deg}]$  傾けた初期状態から，時計回りに  $+25[\text{deg}]$  まで移動（柔

軟指上での弾性転がり接触）させたときの指先の縮み変形による弾性力を縦軸にプロットした．縮みにより現れる指先全体の弾性力  $F$  は  $\theta_{obj} = 0$  で極小値を持つことが理解できる．また，最大変位量  $d$  が増加するにつれてポテンシャルが増大することが分かる．さらに，最大変位量の大きい方が弾性力のより速い極小値への移動が推察される．

### 3. 動的粘弾性変形モデルの導出

基準長さ  $L_0$  (自然長)，基準面積  $S_0$  を持つ柔軟指と同材料の円柱要素のばね係数を  $k_0$ ，粘性係数を  $c_0$  とすると，粘弾性係数  $z_0$  は以下の式になる．

$$z_0 = k_0 + j\omega c_0. \quad (4)$$

ここで， $j\omega$  は微分演算子を意味する．

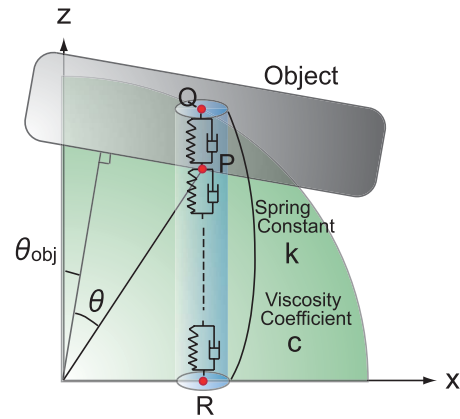


Fig.4 Dynamic viscoelastic model

一方，Fig.4 に示すように，指先下部面の任意の点  $R$  上の単一仮想ばね  $QR$  の自然長でのばね係数を  $k[\text{N/m}]$ ，粘性係数を  $c[\text{Ns/m}]$  とし，ばね係数は面積に比例し長さには反比例するというばねの基本特性を考慮すると，単一仮想ばねの粘弾性係数  $z[\text{N/m}]$  は (4) 式より以下のように表せる．

$$z = z_0 \cdot \frac{dS}{dS_0} \cdot \frac{L_0}{L} = (E + j\omega D) \frac{dS}{L}. \quad (5)$$

ここで， $E[\text{Pa}]$  と  $D[\text{Pa}\cdot\text{s}]$  はそれぞれヤング率と粘性率を示す．さらに静的モデルと同様に，単一仮想ばねの微小縮み  $PQ$  により発生する粘弾性力  $dF$  は， $L$  が仮想ばね  $QR$  の自然長に等しいことを利用して (2) 式と (5) 式より次式のように導かれる．

$$dF(d, \theta_{obj}) = z \cdot PQ = (E \cdot PQ + D \cdot \dot{PQ}) \frac{dS}{QR}. \quad (6)$$

縮み量  $PQ$  の変形速度  $\dot{PQ}$  は，仮想ばねの先端  $P$  の伸び・縮みの速度に等しいから (1) 式より，接触面との交点  $P$  の  $z$  座標を時間  $t$  について微分すると以下のようにになる．

$$\begin{aligned} \dot{P}_z &= \frac{\partial P_z}{\partial d} \frac{dd}{dt} + \frac{\partial P_z}{\partial \theta_{obj}} \frac{d\theta_{obj}}{dt} \\ &= \frac{d}{\cos \theta_{obj}} + x \dot{\theta}_{obj} - \frac{(a - d - x \sin \theta_{obj}) \dot{\theta}_{obj} \sin \theta_{obj}}{\cos^2 \theta_{obj}}. \end{aligned} \quad (7)$$

(7) 式を (6) 式に代入することで単一仮想ばねによる粘弾性力  $dF$  は次式のように表現できる．

$$dF(d, \theta_{obj}) = \left\{ E \left( 1 - \frac{a-d-x\sin\theta_{obj}}{\cos\theta_{obj}\sqrt{a^2-(x^2+y^2)}} \right) + \frac{D}{\sqrt{a^2-(x^2+y^2)}} \left( \frac{\dot{d}}{\cos\theta_{obj}} + x\dot{\theta}_{obj} - \frac{(a-d-x\sin\theta_{obj})\dot{\theta}_{obj}\sin\theta_{obj}}{\cos^2\theta_{obj}} \right) \right\} dx dy. \quad (8)$$

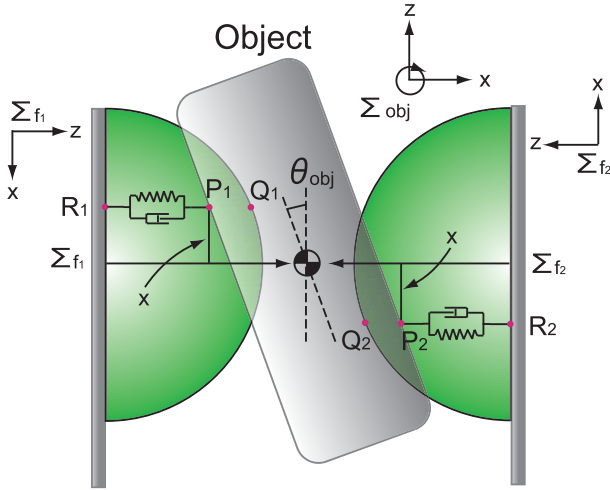


Fig.5 Object manipulation with no control input

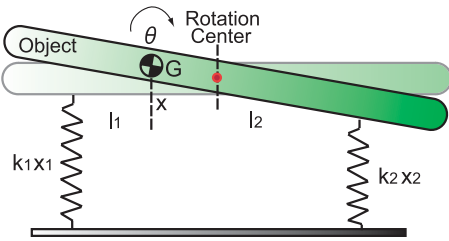


Fig.6 Interference between  $x$  and  $\theta$

次に, Fig.5 のように 2 次元平面内での対象物の把持を考える．物体重心が両指の  $z$  軸上でない場合, Fig.6 のように物体の並進運動と回転運動に関する一般化座標  $x$  と  $\theta$  が相互に干渉することになる．つまり, ニュートンの方程式内に重心の回転角を表す  $\theta$  が入り, オイラーの方程式内に重心の並進移動を示す  $x$  が入ることになり式が複雑になる．このため, 本稿では物体重心が両指の  $z$  軸上に存在すると仮定する．重心回りの運動方程式は以下のように表現できる．

$$I\ddot{\theta}_{obj} = \sum_{i=1}^2 M_{fi}. \quad (9)$$

ここで,  $I$  は対象物の慣性モーメント,  $\theta_{obj}$  は重心回りの回転角,  $M_{fi}$  は  $i$  番目の指先の全変形部に現れる粘弾性力の重心回りのモーメントを意味する．また, モーメント  $M_{fi}$  は以下のように求められる．第  $i$  指先内の

単一仮想ばね  $QR$  による対象物重心回りの微小モーメント  $dM_{fi}$  は, (8) 式より以下ようになる．

$$dM_{fi} = x \cdot dF(d, \theta_{obj}). \quad (10)$$

Fig.2 のように積分領域を楕円  $S$  にとると, (9) 式は以下のように導かれる．

$$I\ddot{\theta}_{obj} = 2 \int_A^B \int_{-f(x)}^{f(x)} \left\{ E \left( x - \frac{(a-d)x - x^2 \sin\theta_{obj}}{\cos\theta_{obj}\sqrt{a^2-(x^2+y^2)}} \right) + \frac{D}{\sqrt{a^2-(x^2+y^2)}} \left( \frac{x\dot{d}}{\cos\theta_{obj}} + x^2\dot{\theta}_{obj} - \frac{((a-d)x - x^2 \sin\theta_{obj})\dot{\theta}_{obj}\sin\theta_{obj}}{\cos^2\theta_{obj}} \right) \right\} dx dy, \quad (11)$$

$$A = (a-d)\sin\theta_{obj} - \sqrt{a^2 - (a-d)^2} \cos\theta_{obj}, \quad (12)$$

$$B = (a-d)\sin\theta_{obj} + \sqrt{a^2 - (a-d)^2} \cos\theta_{obj}, \quad (13)$$

$$f(x) = \sqrt{a^2 - (a-d)^2 - \frac{\{x - (a-d)\sin\theta_{obj}\}^2}{\cos^2\theta_{obj}}}. \quad (14)$$

(11) 式右辺の積分計算は 1 指当たりの重心に対するモーメントであるため, 両指によるモーメントを考慮して 2 倍している．次節では, (11) 式の積分計算を数値解析により実行し, 対象物の姿勢角  $\theta_{obj}$  の安定性を検証する．

#### 4. シミュレーション

Fig.5 のように, 把持対象物に初期角度  $\theta_{obj} = -20[\text{deg}]$  を与えルンゲクッタ法により刻み幅  $10[\text{msec}]$  で (11) 式の自由振動解を求める．最大変位量  $d$  を一定にした弾性転がり接触を想定しているため, (11) 式内の  $\dot{d}$  は 0 とした．Fig.7 にシミュレーション結果を示す．

柔軟指のヤング率  $E[\text{MPa}]$  は前節同様, 引張試験により求めた値を用い  $0.36[\text{MPa}]$  とした．本稿では, 粘性率  $D[\text{kPa}\cdot\text{s}]$  を変化させ両指が固定された状態, つまり, ロボットハンドの指からの制御入力がない場合の指先の弾性特性だけによる対象物の内部安定性について解析を行った．

Fig.7-(a),(b) のように, 粘性率  $D$  が  $0.1[\text{kPa}\cdot\text{s}]$  以下になるとオーバーシュートが現れ速応性は良くなるが, 対象物姿勢角  $\theta_{obj}$  は振動的になることが分かる．逆に, Fig.7-(d) のように粘性率  $D$  が  $0.2[\text{kPa}\cdot\text{s}]$  を超えてくるとオーバーダンピングとなり速応性は悪化する．粘性率  $D$  が  $0.114[\text{kPa}\cdot\text{s}]$  付近で臨界減衰となる．

Fig.8 は, およそ  $10[\text{g}]$  の円筒物体 (外形寸法:  $85[\text{mm}] \times \phi 10[\text{mm}]$ ) の対象物を実際に把持し,  $20[\text{deg}]$  から  $30[\text{deg}]$  程度傾けて手を離れたときの対象物の動きの様子をビデオフレームレートごとに分割し示したものである．シミュレーション結果より早い時間で直立姿勢に収束していることが分かる．

#### 5. 議論

Nguyen<sup>6)</sup> らと有本<sup>7)</sup> は, 柔軟指内部で仮想ばねを放射状に配置することにより解析が容易な弾性指モデル



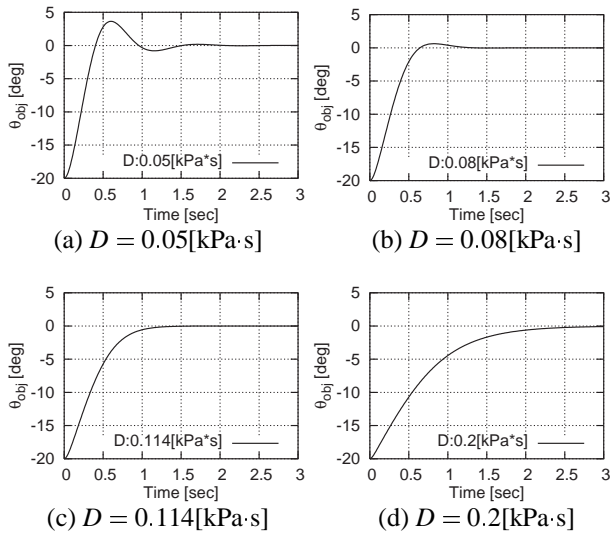


Fig.7 Convergence of object orientation  $\theta_{obj}$

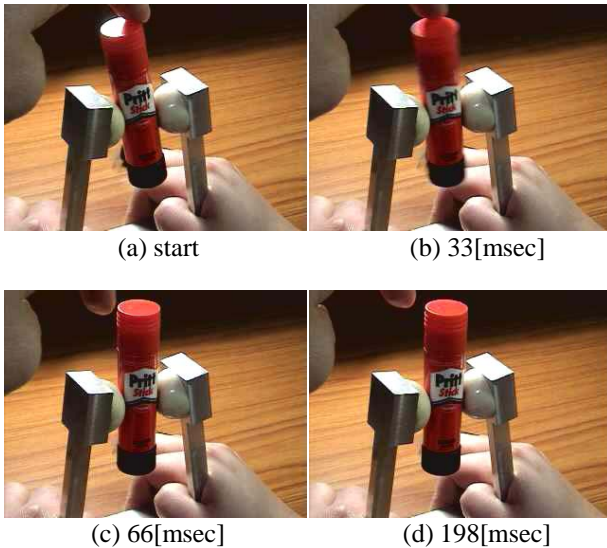


Fig.8 Actual manipulation of an object

を導出した．また，有本は柔軟指を取り付けた 2 指口ポットハンドによる平行平面物体の操作において上記放射状弾性指モデルに基づいて，把持対象物の姿勢制御を実現するためには最低 1 リンクと 2 リンクの指の組み合わせが必要であると結論づけている．つまり，3 自由度のハンドでなければ物体の安定把持と姿勢制御を同時に実現できないということを指す．しかし，筆者らの柔軟指弾性モデルは，2 指ハンドの両指が回転関節に限定して 2 自由度ハンドで十分，安定把持・姿勢制御が可能であることを示唆するものである (Fig.9)．

放射状に仮想ばねを配置すると把持物体の姿勢に関わり無く，指先の変形による弾性力は常に一定になる．一方，仮想ばねを指先下部面に対して垂直に配置することで柔軟指の弾性力に関するポテンシャルが極小値を持ち，しかも，柔軟指の粘性によりその極小値に収束する．以上のことが柔軟指によるハンドリングにおいて 1 自由度減らす効果を持つと考えられる．

一方，本稿で導出した把持対象物回りの運動方程式

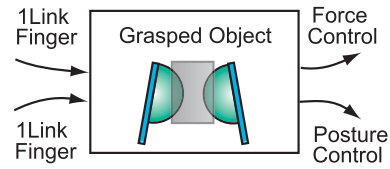


Fig.9 Input-output relation for object manipulation with elastic fingertips

(11) 式について議論を進めよう．実際の柔軟指を使ったハンドリングにおいて精度よく対象物の位置や角度を制御しようとするとき，非積分関数内の粘性項に存在する指先の最大変位量  $d$  と回転変位量  $\theta_{obj}$  (平行平面物体のため物体の姿勢角に等しい) の変位変化率，つまり，速度を柔軟指内部でセンシングする必要がでてくる．しかし，筆者らの知見において未だ柔軟材料への埋め込み型センサを見ることはない．このような埋め込み型センサの開発が待たれる．

## 6. おわりに

本論文では，筆者らが提案した仮想ばねによる半球型柔軟指の静的弾性モデルを使って，指先での変形による弾性ポテンシャルの極小値が存在することを示した．柔軟材料はその寸法によってばね係数や粘性係数が変化するため，材料固有のパラメータであるヤング率と粘性率を使ってより一般的な物理的意味を持った粘弾性モデルを導出した．さらに，把持対象物の重心回りの運動方程式を導き，干渉項 (連成項) のない運動を仮定し指からの外部入力がない場合の対象物の安定性について述べ，把持対象物がある姿勢に収束することを示した．

今後は，実際に粘性率を計測しシミュレーション結果と比較検討する．また，制御入力が存在する場合の 2 指 2 自由度回転指ハンドによる把持物体の安定性について研究を進める．

## 参考文献

- 1) N.Xydas and I.Kao : "Modeling of Contact Mechanics and Friction Limit Surfaces for Soft Fingers in Robotics, with Experimental Results", *Journal of Robotics Research*, Vol.18, No.8, pp.941-950, 1999.
- 2) N.Xydas, M.Bhagavat and I.Kao : "Study of Soft-Finger Contact Mechanics Using Finite Elements Analysis and Experiments", *Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp.2179-2184, 2000.
- 3) I.Kao and F.Yang : "Stiffness and Contact Mechanics for Soft Fingers in Grasping and Manipulation", *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, Vol.20, No.1, pp.132-135, 2004.
- 4) T.Inoue and S.Hirai : "Modeling of Soft Fingertip for Object Manipulation Using Tactile Sensing", *Proc. IEEE Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, pp.2654-2659, 2003
- 5) T.Inoue : "Contact Models of Hemispherical Soft Fingertip for Object Manipulation Using Tactile Sensing", *Master's Thesis*, 2004.
- 6) A.Nguyen and S.Arimoto : "Performance of Pinching Motions of Two Multi-DOF Robotic Fingers with Soft-Tips", *Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp.2344-2349, 2001.
- 7) 有本 : "新版 ロボットの力学と制御", システム制御情報ライブラリー, 朝倉書店, pp.178, 2002.