

ソフトインターフェースを介した動的制御における 時間遅れを考慮した安定性解析

Stability Analysis of Dynamic Control with Delay through A Soft Interface

柴田 瑞穂 平井 慎一

立命館大学ロボティクス学科

Mizuho SHIBATA, Shinichi HIRAI

Dept. of Robotics, Ritsumeikan Univ.

Abstract: We analyze the stability of dynamic control with time delay through a *soft interface*, the viscoelastic material between a manipulating finger and manipulated object. First, we introduce a timing model of the dynamic control through a soft interface. We assume that a period of feedback control is equal to a sensing time period of the dynamic control system. Second, based on the timing model, we formulate the dynamics with time delay using the modified z-transform. Finally, we analyze the stability of the soft interface system for force control. We use a Lyapunov function to analyze the stability of the system. Thus, we show that the stability of the system depends on viscoelasticity of the soft interface, and a time delay of the system. In particular, we point out that a phenomenon which the relationship between material viscosity and sampling time is not monotonous in critical stability does not vary.

Keywords: Soft interface, Dynamic control, Viscoelasticity, Time delay, Modified z-transform

1 緒言

近年、ソフトフィンガーを用いた物体把持に代表されるような、マニピュレータと対象物の間に粘弾性体が存在するシステムでの物体操作に関する研究がさかに行われている [1, 2, 3]. Arimoto らは、受動性解析を基にセンソリーフィードバックの考え方から、2本の柔軟な指先を有するロボットフィンガーで、安定把持を実現しながら物体の位置と角度を同時に制御する制御則を提案した [1]. また、長瀬らは、文献 [1] で用いられた仮定に加え、弾性体の回転方向の圧縮変形によっても指先力が発生するとして、解析・実験を行った [4]. これらの研究では、実験において指先に粘弾性体を使用していると考えられるが、解析・実験共に物性としての粘性は考慮されていない. 粘弾性体の物性を含むシステムの運動方程式を記述した研究も見受けられる. Vaz らは、人間の腕関節に軟骨に相当する粘弾性体を導入したモデルを構築している [5]. 彼らは、ある固定点と参照点の間に非線形のパネと線形のダンパーが存在するモデルを立て、腕の運動方程式をボンドグラフから導き、初期変位を与えた場合の応答をシミュレーションによって確認している. 筆者らは、マニピュレータと対象物の間に粘弾性体が存在するシステムにおける動的な物体操作を、ソフトインターフェースを介した動的制御と名づけ、その系が連続離散時間系で表現されることに着目し、拡張 z 変換を用いて運動方程式を導いた [6]. その結果、フィードバック制御では、制御周期の観点からみると、その安定性は、使用する粘弾性体の物性、特に粘性に依存することが分かった.

実際のフィードバックシステムでは、信号遅れが存在し、不安定の要因になることが知られている. 制御システムを設計する際に、どの程度の遅れがあるかを推定し、その遅れが安定性に与える影響を検証することは重要である. 多くの制御システムの場合、運動方程式を離散化し、むだ時間として遅れをモデル化し、安定性を検証する [7, 8]. この背景には、時間遅れを持つ微分方程式は、一般に超越関数となり、厳密解を持たないという事実が挙げられる [9]. しかし、ソフトインターフェースを介した動的制御は、一般に連続離散時間系で表現されるため、通常の離散解析では、安定性を正しく評価することができない. また、存在する信号遅れの大きさに対してどのような粘弾性体を使用すればよいのかなど、未知の部分が多い. このように、マニピュレータと対象物の間に粘弾性体が存在するシステムで動的な物体操作を行う場合に、信号遅れを含めて定式化

を行い、システムの諸特性と遅れを関連付けて評価した研究は見受けられない. 通常、遅れのある制御システムでは、遅れの大きさを推定し、スミス法などから補償を行うが [10], ソフトインターフェースを介した動的制御では、使用する物質の粘性を正確に推定することが難しい. この観点からも、遅れに対して使用する物性が与える影響がどのような傾向を示すかを検証することは意義深い.

そこで、本論文では、ソフトインターフェースを介した動的制御に対して、信号遅れを含む系を定式化し、その安定性を検証する. まず、位置制御を例としてソフトインターフェースを介するシステムのタイミングモデルを示す. 次に、そのモデルに基づき、信号遅れを含む運動方程式を、対象物は連続系、制御系は離散系で表現されることを利用して導く. ここで、連続離散時間を考慮するために、拡張 z 変換の考え方から式を導出する. また、リアプノフ方程式を利用して、システムが安定となる最大の制御周期の観点から、1自由度系の把持力制御を解析する.

2 ソフトインターフェースを介した動的制御

本章では、ソフトインターフェースを介した動的制御をモデル化する. ソフトインターフェースを介した動的制御は連続離散時間系で表現される. 本論文では、例として、マス・パネ・ダンパーモデルを基にした柔軟指把持を考える.

2.1 連続離散時間系

Fig.1 に、ソフトインターフェースを介した動的制御のシステム例を示す. 一般に、制御にはデジタルコントローラが使われるため、ソフトインターフェースを介した動的制御では、Fig.1 に示されるように、制御系は離散系、粘弾性体を含む対象物は連続系で表現される. したがって、ソフトインターフェースを介した動的制御は連続離散時間系で表現される [6]. 本論文では、連続離散時間系における系の運動方程式を、拡張 z 変換の考え方から定式化する. 拡張 z 変換を用いることによって、運動方程式はすべての時刻での応答を考慮した漸化式で表現される [11].

2.2 ソフトインターフェースのモデル化

Fig.2-(a) に、本論文で使用する、線形のパネ・マス・ダンパーモデルを示す. これは、Fig.2-(b) で示される、指先に粘弾性体を有する 2本のロボット指で剛体を把持する動作に相当する. ここで、 x_i, v_i はそれぞれ把持対象物および第 i 指の位

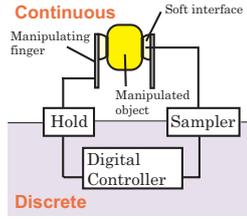


Fig.1: System of manipulation through a soft interface

置, 速度である. 以下, 対象物に対する添字を 0 と表記する. また, m_i は対象物および指の質量である. 指の質量には, 指先の粘弾性体の質量も含まれている. $f_i, f_{drive i}$ はそれぞれ, 第 i 指の指先の変形による発生力, およびモーターに与えられる駆動力である. また, k_i, b_i はそれぞれ第 i 指の指先に用いる粘弾性体の弾性係数, 粘性係数である. 本論文では, m_i, k_i, b_i は時不変であり, 正の値であると仮定する. L_i は粘弾性体の大きさである. 対象物と指との相対距離がこの値より小さい場合に, 弾性力が発生する.

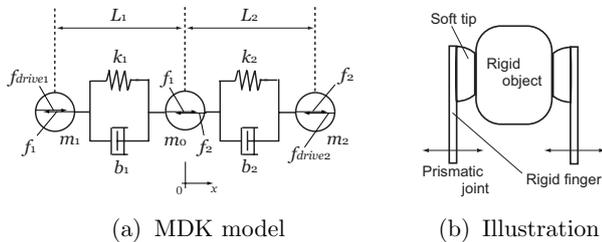


Fig.2: Model of manipulation through a soft interface

3 遅れを含む系の定式化

本章では, ソフトインターフェースを介した動的制御における, 信号遅れを含む系の定式化を行う. まず, 位置制御を例としてソフトインターフェースを介した動的制御システムのタイミングモデルを示す. 次に, このモデルに基づき, 遅れを考慮した運動方程式を導く. このとき, 連続離散時間系を拡張 z 変換を用いて表現する.

3.1 タイミングモデル

Fig.3 に, 位置制御を例としたタイミングモデルを示す. Fig.3 では, センサとして, ダブルバッファリング方式の CCD カメラを使用することを想定している. 時間 Δs_j は, センサが信号を獲得する時間であり, 添字は第 j 番目のメモリバッファに信号を格納するのに要する時間を示す. NTSC 信号の CCD カメラでは $\Delta s = \Delta s_1 = \Delta s_2 = 33\text{ms}$ である. メモリバッファに信号を獲得した後, メモリバッファを開放するまで次の信号を獲得することができないが, ダブルバッファ方式の CCD カメラでは, 2 つのメモリバッファを交互に使用することで, 33ms 毎に信号を取得することができる. 時間 Δu は, 信号処理に要する時間である. また, この時間にはメモリバッファからメインメモリに信号の転送時間も含むことにする. この時間は処理する信号の量およびアルゴリズムに大きく依存する. どんなセンサを使用しても, $\Delta s + \Delta u$ の信号遅れが存在する. 時間 Δq は, 信号をフィードバックするタイミングの間隔である. 信号処理が終了後の次の制御周期でフィードバックを行えばよいが, 解析を容易にするために, センシング時間と同様のタイミングでフィードバック信号を使用すると仮定する. これにより, 信号遅れを Δq の何倍であるかという指標で表現することが可能となる. これを遅れの回数 d と呼ぶことにし, Δq の遅れがある場合に $d = 1$ とする. 時間 Δc は, アクチュエータの制御周期である. 一般にアクチュエータの制御周期は, センシングに要する時間より短い. Fig.3 の下部に, ソフトイン

ターフェースを介した動的制御における, 位置制御を例とした場合の, 位置データの推移を示す. 時刻 $\Delta s + \Delta q$ の時に, 時刻 0 で獲得した信号をフィードバックしてアクチュエータが動き始める. 時刻 $\Delta s + \Delta q$ から時間 Δq の間, 一定のフィードバック値を使用する. その間, 粘弾性体を介した対象物の位置は連続的に変化する.

このタイミングモデルに基づき, 信号処理に要する時間がセンシングに要する時間より短いと仮定すると, $d = 2$ まで検証すればよいことになる. 信号処理に要する時間がセンシング時間よりも長い場合には, その時間に合わせて検証する遅れの回数を大きくすればよい.

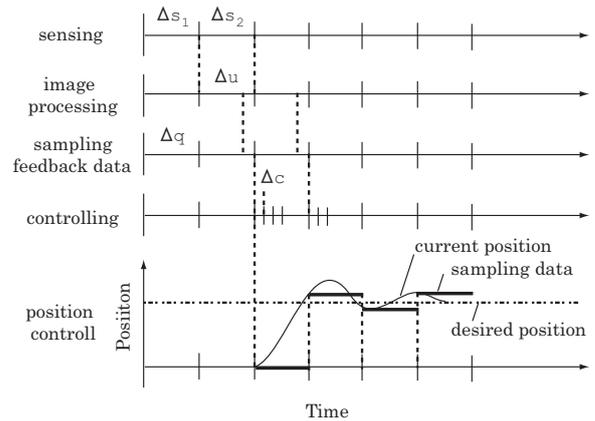


Fig.3: Timing model of digital feedback system

3.2 フィードバック制御の定式化

状態変数 $[x_0(t) \cdots x_i(t) v_0(t) \cdots v_i(t)]^T$ を $x(t)$ と表記する. また, フィードバックのサンプリング時間を T とおき, $x(nT) = x_n$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) と表記する. このとき, 遅れの回数 d の時の状態変数は x_{n-d} と表現される. ただし, $n-d$ が 0 以下の時は, x_0 として考える. $t \in [nT, (n+1)T)$ において, 求める運動方程式は, システムの連続系の部分を表す係数行列 $A \in R^{i+1}$ と, x_{n-d} の項を含むフィードバック項 $u \in R^{(i+1) \times 1}$ を用いて,

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + u \quad (1)$$

で表現される. ここで, フィードバック項 u は, $t \in [n, n+1)$ では一定値である. この運動方程式の解は,

$$x_{n+1} = e^{AT} x_n + \int_{nT}^{(n+1)T} e^{A((n+1)T-\tau)} u d\tau \quad (2)$$

となり, この式は級数表現を用いて,

$$x_{n+1} = e^{AT} x_n + \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{k!} A^{k-1} T^k \right) \cdot C x_{n-d} + q \quad (3)$$

と整理される. ここで, $C \in R^{i+1}$ は制御則を表現する係数行列, $q \in R^{(i+1) \times 1}$ は x に関係しない定数項である. 式 (3) の右辺第 2 項の級数の部分は, 行列 A が正則の場合には, $A^{-1}(e^{AT} - I)$ と表現できる. 式 (3) は, $X_n = [x_n \ x_{n-1} \ \cdots \ x_{n-d}]^T$ とおくと, 状態遷移行列 $P \in R^{(i+1) \times (d+1)}$ と, 不動点 x_* を用いて,

$$X_n = P^n [x_0 - x_*] + x_* \quad (4)$$

と表現される. このとき, 求める状態遷移行列 P は,

$$\alpha = e^{AT}, \quad \beta = \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{k!} A^{k-1} T^k \right) \cdot C \quad (5)$$

とすると, $d = 0$ のとき,

$$P = \alpha + \beta. \quad (6)$$

$d = 1$ のとき,

$$P = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ I & 0 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

$d = 2$ のとき,

$$P = \begin{bmatrix} \alpha & 0 & \beta \\ I & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

で表現される．ここで, I は A と同じ大きさの単位行列である．状態遷移行列 P は, A, C を含み, システムの制御周期, 物質の粘弾性特性, 質量および制御則のゲインに依存する．このとき, この運動方程式の安定性は, 状態遷移行列 P が収束行列かどうかによって帰着される．

4 安定性解析

4.1 リアプノフ方程式

本章では, ソフトインターフェースを介した動的制御において, 信号遅れのある系の安定性を, 拡張 z 変換によって求めた式が, 通常の離散系の解析と同様に, 漸化式となることを利用して解析する．すなわち, 通常の離散系での手法を用いて, 安定性を解析する．前章で述べた通り, ソフトインターフェースを介した動的制御が安定であるためには, 状態遷移行列 P が収束行列であればよい．ここで, P に対するリアプノフ方程式は, P と同じ大きさの行列 Y, W を用いて,

$$Y = P^T Y P + W \quad (9)$$

と表現される．状態遷移行列 P が収束行列であるための必要十分条件は, 正定行列 W を一つ与えて式 (9) から Y を求めたとき, Y が正定行列となることである．この条件を満たすことは, 行列 P の固有値 $\lambda_r (r = 1, \dots)$ が単位円の中にすべて含まれることを意味している．

ソフトインターフェースを介した動的制御における状態遷移行列 P は, システムの制御周期, ソフトインターフェースの物性値および制御則のゲインに依存する．このうち, 制御周期およびゲインは制御を行う際に設定するパラメータであり, 特に, 制御周期はサンプル値制御特有のパラメータである．現在の制御では, 機器としての制御周期の長さが問題となることはあまりないが, 画像処理や多くのセンサからの並列処理など, 信号処理に多くの時間を要し, 制御周期を長くせざるを得ない場合がある．ここで, システムが安定となる最大の制御周期を安定最大制御周期 T_{max} と定義する．以下では, T_{max} と諸特性の関係を検証する．

4.2 1自由度系把持力制御の安定性解析

本節では, 1自由度系の把持力制御の安定性を解析する．1自由度系は Fig. 2 において, 対象物が固定されている場合であり, 1本の柔軟な指先を有するロボットフィンガーが壁を押す作業に相当する．1指の把持力制御では, 運動方程式は, カゲイン, 目標把持力をそれぞれ K_f, F_d とすると,

$$m\dot{v}(t) = -bv(t) - kx(t) + K_f(F_d - \hat{f}(t)). \quad (10)$$

ここで $\hat{f}(t)$ は, 時刻 nT における力のフィードバック値である．区間 $t \in [nT, (n+1)T)$ における力のフィードバック値は, 時刻 nT に測定した指先の発生力である．したがって,

$$\hat{f}(t) = b\hat{x}(nT) + kx(nT), \quad n = \left\lfloor \frac{t}{T} \right\rfloor. \quad (11)$$

従って, A, C は, $K = k/m, B = b/m$ と置きなおすと,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -K & -B \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -K_f K & -K_f B \end{bmatrix} \quad (12)$$

となる．Fig.4 に, 1自由度系の把持力制御の場合の最大安定制御周期 T_{max} とソフトインターフェースを介した動的制御の諸特性との関係を示す．ここでは, 可変でない場合の基準のパラメータとして, $m=0.11 \text{ kg}, k=2000 \text{ N/m}, b=1.0 \text{ Ns/m}, K_f=10$ を使用した．タイミングモデルに基づき, $d = 2$ までの結果を示している．Fig.4 では, 境界線より下の領域では, システムが安定になることを示している．従って, 境界線より上の領域でのパラメータの組み合わせではシステムは発散してしまう．これらのグラフから, 遅れを含む場合にも遅れのない場合と同様に, $b-T$ グラフにおいて境界線が単調なグラフとならないなどの特徴的な傾向は存在する．しかし, その影響は遅れが存在することにより, 小さくなることが確認される．また, $d = 0$ と $d = 1$ のグラフにおける安定最大制御周期の差と, $d = 1$ と $d = 2$ のグラフにおける安定最大制御周期の差では, 後者の方が明らかに小さい．これは把持力制御において, 遅れの量よりも, 遅れが存在するかどうかの方が安定性に与える影響が大きいことを示唆している．

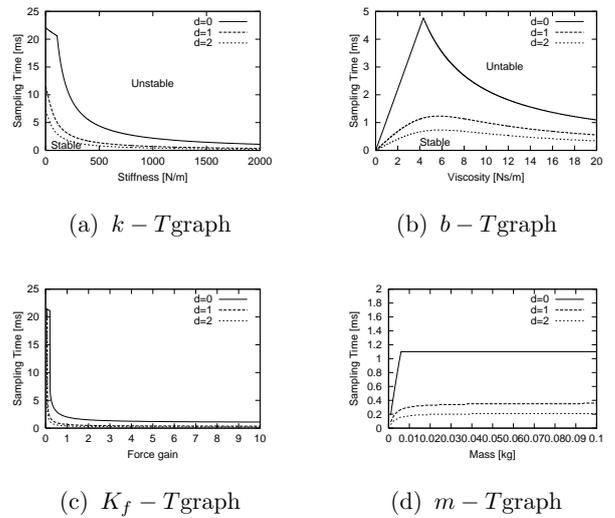


Fig.4: Critical sampling time for parameters of a soft interface system with/without time delay (force control)

5 結言

本報告では, ソフトインターフェースを介した動的制御に関して, 現実的なフィードバックシステムで問題となる時間遅れを考慮した安定性解析を行った．本論文の結論を以下に述べる．まず, ソフトインターフェースを介した動的制御では, 一般的なデジタル制御を行った場合にタイミングモデルを示した．このモデルに基づき, 対象物は連続系, 制御のサンプリングは離散系で表現されることに着目し, 拡張 z 変換を用いて遅れを考慮した定式化を行った．また, 1自由度系の把持力制御を題材に, 安定性解析を行った．その結果, 遅れのない場合に得られた結果と同様, 安定性がソフトインターフェースの特性, および制御則に依存し, その傾向は概ね変わらないが, その影響は遅れを考慮することにより, 小さくなることが確認された．

今後の課題としては, (1) 粘弾性特性を利用した制御則の構築, (2) 非線形の粘弾性特性を考慮した安定性解析, (3) 一般化フォークトモデルへの拡張が挙げられる．また, 高速サンプリングが実現可能な CMOS + FPGA ビジョン [12] を用いて, 遅れに対する定量的な評価を行う予定である．

参考文献

- [1] S. Arimoto, P.T.A. Nguyen, H.Y. Han, and Z. Doulgeri: "Dynamics and control of a set of dual fingers with soft tips", *Robotica*, Vol. 18, No. 1, pp. 71-80, 2000.

- [2] S. Arimoto, K. Tahara, M. Yamaguchi, P.T.A. Nguyen and H.-Y. Han: "Principle of superposition for controlling pinch motions by means of robot fingers with soft tips", *Robotica*, Vol.19, No.1, pp.21-28, 2001.
- [3] S. Arimoto, Z. Doulgeri, P.T.A. Nguyen, and J. Fasoulas: "Stable pinching by pair of robot fingers with soft tips under the effect of gravity", *Robotica*, Vol.20, No.1, pp. 1-11, 2002.
- [4] 長瀬, 中島, 早川, 傍島: "ソフトフィンガーを用いた対象物の把握・操りの制御", 計測自動制御学会論文集, Vol.40, No.5, pp.518-527, 2004.
- [5] Anand Vaz, and Shinichi Hirai: "A Simplified Model for a Biomechanical Joint with Soft Cartilage", "Proc. 2004 IEEE Int. Conf. on Systems, Man, and Cybernetics", 2004.
- [6] 柴田, 平井: "ソフトインターフェースを介した物体操作のモデル化と安定性解析", ロボティクス・メカトロニクス講演会 2005 論文集, 2005.
- [7] Y. Liu, A. W. Hoover, and I. D. Walker: "A Timing Model for Vision-Based Control of Industrial Robot Manipulators", *IEEE TRANSACTIONS ON ROBOTICS*, Vol.20, No.5, 2004.
- [8] S. H. Kim, J. S. Choi, and B. K. Kim: "Visual Servo Control Algorithm for Soccer Robots Considering Time-delay", *Intelligent Automation and Soft Computing*, Vol.6, No.1, pp.33-43, 2000.
- [9] 内藤, 原, 日野, 宮崎: "タイムラグをもつ微分方程式", 牧野書店, 2002.
- [10] 渡部: "むだ時間システムの制御", コロナ社, 1993
- [11] E.I. Jury: "SAMPLED-DATA CONTROL SYSTEMS", *John Wiley & Sons, Inc.*, 1958.
- [12] 高橋, 清水, 平井: "高速ビジュアルフィードバックによるフレキシブルアームの先端位置制御", 計測自動制御学会システムインテグレーション部門学術講演会, pp.178-179, 2004.