薄板状物体のマニピュレーションのための変形シミュレーション

○浅野裕也(大阪大学)　若松栄史(大阪大学)　森永英二(大阪大学)
荒井栄司(大阪大学)　平井慎一(立命館大学)

Deformation Modeling for Belt Object Manipulation

*Yuya ASANO(Osaka Univ.), Hidefumi WAKAMATSU(Osaka Univ.),
Eiji MORINAGA(Osaka Univ.),Eiji ARAI(Osaka Univ.),Shinichi HIRAI(Ritsumeikan Univ.)

Abstract － A differential geometry based modeling to represent belt object deformation is proposed. Deformation of the flexible circuit board must be estimated for automatic manipulation and assembly. First, Deformation of a rectangular belt object is described using curvature in a longitudinal direction and torsion. Second, Potential energy of the object and constraints imposed on it are formulated. Third, Deformation of an angled belt object is described. Finally, Procedure to compute the deformed shape of the object is explained and the validity of our proposed method is verified by compute by comparing some computational result with experimental results.

***Key Words*:** Modeling, Deformable Belt Object, Manipulation

1. 緒論

ノートパソコン、携帯電話などの電子機器の小型化に伴い、従来のリジット基板に代わりフレキシブル基板が広く使用されるようになっている。フレキシブル基板はその柔軟性を利用することが多く、変形した形状のまま取り付けられることが多いのだが、現在フレキシブル基板の取り付けはすべて手作業で行われているのが現状である。何故なら、フレキシブル基板は柔軟物体であるため、外力の影響を受けやすく、マニピュレーション時の変形形状や動きを計算・予測する方法が一般化されていないからである。

平板の変形に対する基礎理論は現在までに多く確立されているが、特に厚さ／辺長比がおよそ10^{-1}であるような薄板に対しては Kirchhoff 理論や Karman 理論、また、厚さ／辺長比がおよそ10^{-2}であるような極薄板に対しては不伸張理論などがある[1]。これらの理論に基づいて変形形状を導出する最も一般的な手法に有限要素法がある。しかし、厚みの微小な薄板を対象とした計算では、解が不安定になることがわかっている。一方、パーティクルモデルを用いたモデリング手法も数多く提案されている。工藤らは紙を正三角形状の剛体が回転ばねで連結された集合体としてモデル化し、マニピュレータを用いての変形操作を行っている[2]。しかし、パーティクルモデルの問題点として、変形形状がパーティクルの形状に依存すること、物性値の同定が困難であることなどが挙げられる。また、コンピューターグラフィックスの分野では柔軟物体に対する様々なモデリング化手法が提案されている[3][4]。

以上のように、薄板のモデリングおよびマニピュレーションに関する研究は行われているが、モデリングの精度とハンドリング軌道の導出の双方を考慮したモデルは見受けられない。そこで、本研究では微分幾何法を用いることにより、薄板状物体の変形経路表現に特化した新しいモデル化手法の提案を行う。

2. 帯状物体のモデル化

2.1 変形形状表現法

本節では３次元空間内での帯状物体の変形形状表現手法を述べる。本研究では帯状物体として、Fig.1 に示されるような幅方向に比べて長手方向が十分に大きな薄板を取り扱う。このような形状において、物体幅方向の曲げは一様であると仮定する。また、物体の伸縮はないものとする不伸張理論を用いる。このとき、帯状物体の変形形状は中心軸に相当する線状物体から無数の肋骨状の円弧が張り出したものとして表現できる。Fig.1 のように、帯状物体の一方の端点から中心軸に沿った距離を u とし、点 $P(u)$において η 軸が中心軸に一致するように座標系 $P(u)$-$\xi\eta\zeta$ を設定する。このとき、薄板の変形により、座標系 $P(u)$-$\xi\eta\zeta$ も回転するので、点 $P(u)$から点 $P(u+du)$ までの間での各軸回りの回転量を $\omega_\xi(u)$、$\omega_\eta(u)$、$\omega_\zeta(u)$で表す。ここで、$\omega_\xi(u)$、$\omega_\zeta(u)$は中心軸の曲率、$\omega_\eta(u)$がねじれ率に対応する。また、各軸方向単位ベクトル$\xi(s)$、$\eta(s)$、$\zeta(s)$の変化量は以下のように表わされる。

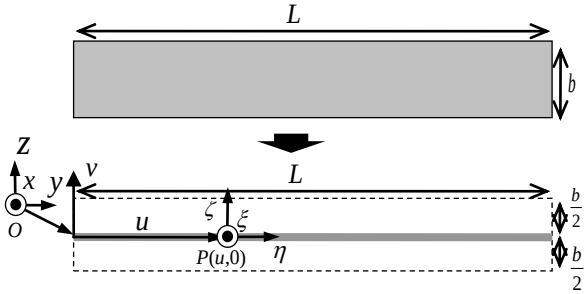


Fig.1 Coordinates of belt object

$$\frac{d}{du}\begin{bmatrix}\boldsymbol{\xi}\\ \boldsymbol{\eta}\\ \boldsymbol{\zeta}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & \omega_\zeta & -\omega_\eta\\ -\omega_\zeta & 0 & \omega_\xi\\ \omega_\eta & -\omega_\xi & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{\xi}\\ \boldsymbol{\eta}\\ \boldsymbol{\zeta}\end{bmatrix} \quad (1)$$

ここで、$\boldsymbol{P}(u)=[x(u)\quad y(u)\quad z(u)]^T$ を中心軸上の位置ベクトルとし、$\boldsymbol{P(0)}=\boldsymbol{P_0}$とすれば、中心軸上の任意の位置ベクトルは以下のように表わされる。

$$\boldsymbol{P}(u)=\quad \boldsymbol{P}_0+\int_0^u \boldsymbol{\eta}(u)du \quad (2)$$

次に、帯状物体の変形形状を曲面論を用いることにより表現する。ある曲面において任意の方向ベクトル$\boldsymbol{d}=a\boldsymbol{\eta}+b\boldsymbol{\zeta}$ 上の曲率 κ は以下の式で表わされる。

$$\kappa=\frac{La^2+2Mab+Nb^2}{Ea^2+2Fab+Gb^2} \quad (3)$$

上式において、E、F、G は曲面における第一基本量であり、L、M、N は曲面論における第二基本量であり、それぞれ以下のように表わされる。

$$E=\eta\cdot\eta=1,\quad F=\eta\cdot\zeta=0,\quad G=\zeta\cdot\zeta=1 \quad (4)$$

$$L=\frac{\partial\boldsymbol{\eta}}{\partial u}\cdot\boldsymbol{\xi}=-\omega_\zeta,\quad M=\frac{\partial\boldsymbol{\zeta}}{\partial u}\cdot\boldsymbol{\xi}=\omega_\eta,\quad N=\frac{\partial\boldsymbol{\zeta}}{\partial \boldsymbol{v}}\cdot\boldsymbol{\xi} \quad (5)$$

つまり、L は帯状物体における、長手方向の曲率、M はねじれ率である。さらに、$N=\delta(u)$ と定義すれば、N は帯状物体における、幅方向の曲率であるといえる。

任意の方向の曲率は方向ベクトル $\boldsymbol{d}$ とその点における最大曲率κ_1、最小曲率κ_2に依存する。ここで、κ_1とκ_2を主曲率と呼び、これらが生じる方向$\boldsymbol{d_1}$、$\boldsymbol{d_2}$を主方向と呼ぶ。また、任意の曲面はガウス曲率 K と平均曲率 H で一意的に決まる、K と H は以下の式で表わされる。

$$K=\kappa_1\kappa_2=-\omega_\zeta\delta-\omega_\eta^2 \quad (6)$$

$$H=\frac{\kappa_1+\kappa_2}{2}=\frac{\delta-\omega_\zeta}{2} \quad (7)$$

このように、曲面の形状はω_η、ω_ζ、δ の３変数で表現できることがわかる。さらに、本研究では薄板の変形を考えるにあたり、伸縮は生じないとしている。Mansfield の不伸張変形理論[5]によれば、薄板が伸縮せずに変形した時、曲面上のすべての点でガウス曲率は０となる。また、微分幾何的に「可展開曲面のガウス曲率は零であり、逆にガウス曲率が零である曲面は可展開曲面である」という定理がある。ここで可展開曲面とは曲面から平面に展開することができる曲面、つまり平板が伸び縮みすることなく変形した曲面であり、例として円柱面、円錐面が挙げられる。よって、本研究では、薄板状の微小領域を見たとき、その形状は円柱か円錐の側面であると近似する。ガウス曲率が０であるとき、(6)式より

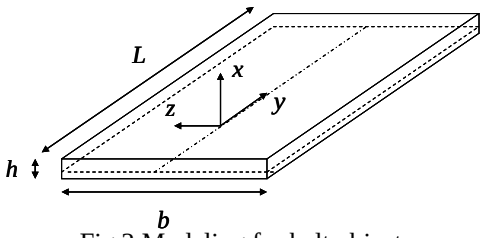


Fig.2 Modeling for belt object

$$\delta=-\frac{\omega_\eta^2}{\omega_\zeta} \quad (7)$$

を得る。さらに、薄板が伸び縮みしないとき、式(8)のように、ξ軸回りの曲率ω_ξ は常に０となる。

$$\omega_\xi(u)=0,\forall u\in[0,L] \quad (8)$$

2.2 ポテンシャルエネルギーの定式化

本研究では基本的な平板理論である Kirchhoff 理論を用いて薄板のひずみエネルギーを定式化する。Kirchhoff 理論によれば、変形前に中立面に垂直であった法線は変形後も垂直であるとする。このため、$\gamma_{xy}=\gamma_{zx}=0$である。さらに、変形の際、この法線の長さは一定であり、法線方向の応力は無視できると仮定するので、$\varepsilon_x=\sigma_x=0$を得る。これらを用いて３次元弾性体のひずみエネルギーを定式化すれば以下の式が得られる。

$$U=\frac{E}{2}\frac{bh^3}{12}\int_0^L[\kappa_y^2+\kappa_z^2]dy+\frac{G}{2}\frac{bh^3}{3}\int_0^L[\kappa_{yz}^2]dy \quad (9)$$

但し、E、G は薄板のヤング率、剛性率である。また、$\kappa_y,\kappa_z,\kappa_{yz}$ とはそれぞれ Fig.2 における薄板の y 軸方向の曲率、z 軸方向の曲率、y 軸回りの回転量を表す。これは前節でいうところの L、N、M つまり $-\omega_\zeta,\delta,\omega_\eta$ にそれぞれ対応している。また、式(7)に留意すれば、式(9)は式(10)のように書き換えることができる。

$$\begin{aligned}U&=\frac{E}{2}\frac{bh^3}{12}\int_0^L[\omega_\zeta^2+\delta^2]du+\frac{G}{2}\frac{bh^3}{3}\int_0^L[\omega_\eta^2]du\\&=\frac{R_f}{2}\int_0^L\frac{(\omega_\eta^2+\omega_\zeta^2)^2}{\omega_\zeta^2}du\end{aligned} \quad (10)$$

但し、R_fは薄板の曲げ剛性を表す。

2.3 制約条件の定式化

変形後薄板中心軸上の点 $p(u)$の，空間座標系の原点からの位置を$[p_x\quad p_y\quad p_z]^T$とすると，中心軸の変形形状は以下の式で表される制約条件を満たす必要がある。

$$\boldsymbol{p}_0 + \int_0^u \boldsymbol{\eta}(u)du = \begin{bmatrix} p_x & p_y & p_z \end{bmatrix}^T \qquad (11)$$

また，変形後の $P(u)$の曲率、捩率をΩ_ζ、Ω_ηとすると、変形形状は以下の式で表される制約条件を満たす必要がある。

$$\omega_\zeta(u) = \Omega_\zeta, \quad \omega_\eta(u) = \Omega_\eta \qquad (12)$$

2.4 計算アルゴリズム

本節では、前節までで、定式化された変形形状の導出法について述べる。物体のポテンシャルエネルギーは静的な安定形状で最小であるとすると、与えられた制約条件下でポテンシャルエネルギーを最小化することにより変形形状が求められる。本研究では非線形計画法を基にした数値解析法により、物体の変形形状の導出を試みる。

本研究では薄板を伸び縮みしない可展開曲面としており、このときガウス曲率が 0 となる。それは、式(6)において、ω_ζが 0 となる時には、ω_ηが 0 になることを意味している。そのため、ここではω_ηを以下のように定義する。

$$\omega_\eta(u) = \mu(u) \cdot \omega_\zeta(u) \qquad (13)$$

次に$\omega_\zeta(u)$、$\mu(u)$を式(14)のように、基底関数 $e_0(u), e_1(u), \ldots, e_n(u)$に重みをかけたものの線形和で表わす。

$$\omega_\zeta(u) = \boldsymbol{a}^\omega \cdot \boldsymbol{e}(u), \quad \mu(u) = \boldsymbol{a}^\mu \cdot \boldsymbol{e}(u) \qquad (14)$$

ここで、基底関数としては、ランプ関数、ステップ関数、さらに周期の様々な正弦、余弦関数を用いる。また $\boldsymbol{a}$ を係数ベクトルと呼ぶ。このとき、変形の際のポテンシャルエネルギー、制約条件も $\boldsymbol{a}$ の関数となる。つまり、薄板状物体の変形形状の導出は、係数ベクトル $\boldsymbol{a}$ に関してのポテンシャルエネルギーU(目的関数)の制約条件下での最適化問題となり、非線形計画法の適当な手法を用いることにより導出できる。

3. 屈曲部を含む薄板状物体のモデル化

ここでは Fig.3 に示すような、屈曲部を含む薄板状物体のモデル化を行う。屈曲部を含む薄板は２つの帯状部と屈曲部に分割して考えることができる。本研究では、帯状部において幅方向の曲率は一定であるとしているため、このとき、帯状部の幅方向の長さに依存する屈曲部の大きさは帯状部に比べて十分に小さいとみなすことができる。また、屈曲部は左右の帯状部の影響を受けて異なる２方向で曲率が一定とみなすことができる。これは、屈曲部内ではすべての点で曲率が一定であることを意味している。ここで、$\omega_{\zeta 2a}$、$\omega_{\eta 2a}$、δ_{2a}を $P(u)\ (u_a \le u \le u_b)$での曲率、$\omega_{\zeta 2c}$、$\omega_{\eta 2c}$、$\delta_{2c}$を $P(u)\ (u_b \le u \le u_c)$での曲率とすれば、以下で表わされる式が成立する。

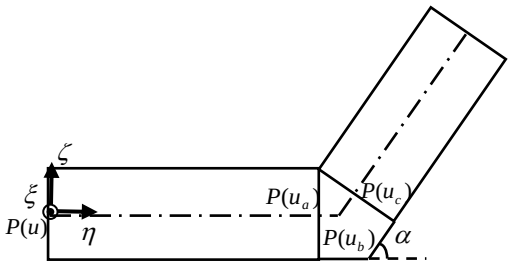


Fig.3 Belt object with one angle

$$\omega_{\zeta 2c} = \omega_{\zeta 2a}\cos^2\alpha - 2\omega_{\eta 2a}\cos\alpha\sin\alpha - \delta_{2a}\sin^2\alpha \qquad (17)$$

$$\omega_{\eta 2c} = \omega_{\zeta 2a}\cos\alpha\sin\alpha + \omega_{\eta 2a}(\cos^2\alpha - \sin^2\alpha) + \delta_{2a}\cos\alpha\sin\alpha \qquad (18)$$

$$\delta_{2c} = -\omega_{\zeta 2a}\sin^2\alpha - 2\omega_{\eta 2a}\cos\alpha\sin\alpha + \delta_{2a}\cos^2\alpha \qquad (19)$$

さらに、領域間の接続に関して以下の式が成立する。

$$\omega_{\zeta 1}(u_a) = \omega_{\zeta 2a}, \omega_{\eta 1}(u_a) = \omega_{\eta 2a}, \delta_1(u_a) = \delta_{2a} \qquad (20)$$

$$\omega_{\zeta 3}(u_c) = \omega_{\zeta 2c}, \omega_{\eta 3}(u_c) = \omega_{\eta 2c}, \delta_3(u_c) = \delta_{2c} \qquad (21)$$

一方、薄板のポテンシャルは以下の式で表わされる。

$$U = \frac{R_f}{2}\int_0^{u_a}\frac{(\omega_{\eta 1}^2 + \omega_{\zeta 1}^2)^2}{\omega_{\zeta 1}^2}du + \frac{R_u}{2}\frac{(\omega_{\eta 2a}^2 + \omega_{\zeta 2a}^2)^2}{\omega_{\zeta 2a}^2}\cdot S + \frac{R_f}{2}\int_0^{u_a}\frac{(\omega_{\eta 3}^2 + \omega_{\zeta 3}^2)^2}{\omega_{\zeta 3}^2}du \qquad (22)$$

但し、R_uは単位幅あたりの曲げ剛性、S は屈曲部の面積である。上式で表わされるポテンシャルエネルギーを制約条件下で最小化することで、屈曲部を含む薄板の変形形状が導出できる。さらに、これまでの理論を応用することで、Fig.4、Fig.5 で示されるような屈曲部を２つ含む薄板や分岐を含む薄板の変形形状も導出できる。Fig.6 に Fig.4 のような物体の変形形状計算例を示す。

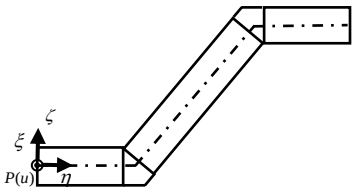


Fig.4 Belt object with two angles

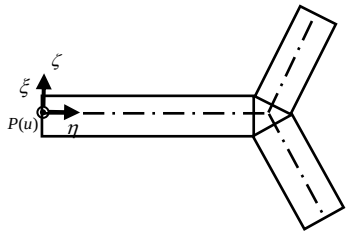
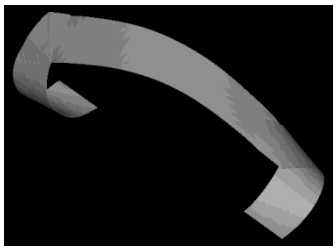


Fig.5 Belt object with one branch

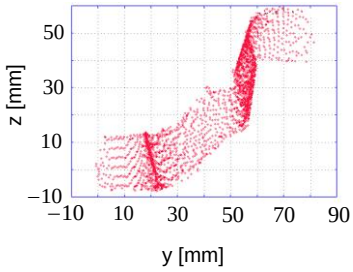


(a) Whole view

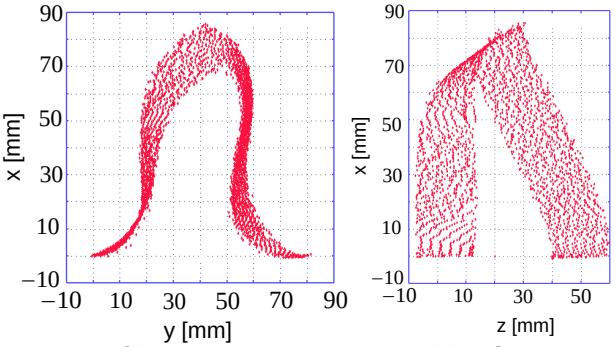
(b) Top view

(c) Front view (d) Side view

Fig.6 Computational result of object with two angles



(a) Top view

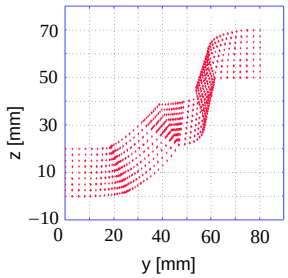


(b) Front view (c) Side view

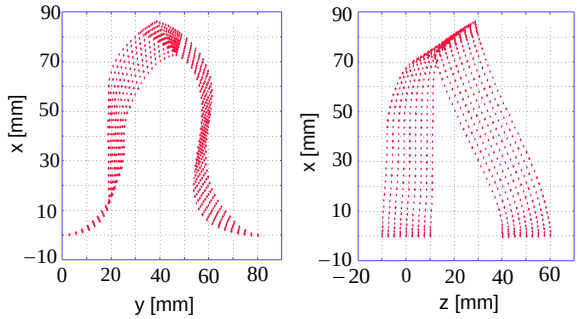
Fig.7 Experimental result

4. 実験・検証

薄板状物体の変形形状導出法の妥当性を検証するために実験を行った。実験には長さ 200mm、屈曲角 60 度、厚み 0.14mm の V 字型薄板を用い、両端を特定の位置にまで移動し、拘束することで変形させ、３次元レーザ入力機を用いて変形形状を測定した。また、これを計算結果と比較した。



(a) Top view



(b) Front view (c) Side view

Fig.8 Computational result

Fig.7、Fig.8 はそれぞれ実験結果と計算結果である。両者を比較すれば、最大で 3mm ほどの誤差があるものの、全体的な曲げ、ねじりの傾向はよく表現できている。

5. 結論

本研究では、微分幾何法を用いて、薄板状物体の変形形状を導出する手法を提案した。また、実際に薄板を変形し、形状を測定することで計算結果が妥当であることを証明した。今後の課題としては本研究で提案した手法をもとに、マニピュレーションの際の最適な変形軌道を導出し、その軌道を実現するために、物体の把持点位置、マニピュレーション軌道を導出することが必要とされる。

参 考 文 献

[1] 半谷裕参、“平板の基礎理論”、彰国社、(1995)
[2] 工藤輝明、相山泰道 ‘’二次元紙モデルを用いたマニピュレータによる紙のあやつり’’, ロボティクス・メカトロニクス講演会’06 予稿集 CD-ROM.
[3] D.Terzopoulos et al., “Elastically Deformable Models”, Computer Graphics, vol.21, no.4, (1987), pp.205-214
[4] D.Terzopoulos and K.Fleicher, “Modeling Inelastic Deformation：Viscoelasticity, Plasticity, Fracture”, Computer Graphics, vol.22, no.4, (1988), pp.269-278
[5] Mansfield,E.T, “The Inextensional Theory for Thin Flat Plates”, Quartly Journal of Mechanics and Applied Mathematics, Ⅷ, (1955), pp.338-352