

# マルコフ連鎖モンテカルロ法による 弾性体を含む機構の設計パラメータのサンプリング方法

○三森 友貴 (立命館大学), 平井 慎一 (立命館大学)

## Sampling Method for Design Parameter of Elastic Mechanism with Markov Chain Montecarlo

○ Yuki Mimori(Ritsumeikan University), and Shinichi Hirai (Ritsumeikan University)

Abstract : We present a method that determines design parameters for an elastic mechanism. Our approach focuses on complex mechanisms difficult to determine design parameters without solving detailed trajectories of mechanism. To reduce the calculation cost, we used the information on position of stable fixed points, which have qualitative information of motion on mechanism. Instead of the optimization, we applied Replica Exchange Montecarlo(REM) for sampling multiple fixed points simultaneously. For sampling design parameters corresponding to given stable fixed points, we proposed an artificial potential energy to validate its effect. Additionally, we studied a necessary condition of successful sampling for determining design parameters in case of naturally stable spring-mass mechanisms.

### 1. 緒言

#### 1.1 目的

ロボットの活躍場面が工場などの構造化された環境から、人間の生活環境や災害現場などの複雑な環境へ広がるのが期待されている。高い位置制御精度を保証するために高剛性に設計されたロボット機構が精密性の要求される定型作業に適している一方で、複雑な環境においては上手く環境と接触しながら作業を実行する適応性を持つ機構が重要な役割を果たす場合がある。実際に、関節やリンクの柔軟性により環境に順応しながら動作する柔軟なロボット機構(ソフトロボット機構)が広く開発されている。多関節構造を有する機構の例としては、伝達系への負荷で動作が切り替わることにより、対象物形状になじむように屈曲するなじみ指機構 [1, 2] や、関節部にねじりばねを配置することで駆動自由度の削減を行った配管検査用の蛇型ロボット機構 [3] などが挙げられる。また、関節構造を排しリンク自体が柔軟性を持つ continuum 機構では、ワイヤと空気圧で駆動するタコ脚を模倣したロボット [4] や、対向させた空気室に空気圧をそれぞれ印加することで空間的に屈曲するエラストマー製の flexible microactuator(FMA)[5] が挙げられる。

これらソフトロボット機構の設計において、機構が環境と非接触状態時の平衡状態における形状(以下参照形状と呼称する)が重要である。複雑な環境で作業を実行する多目的な機構の設計において未知の外乱を網羅的に想定することは難しい。しかし、参照形状を基準として、外乱が加わる時の動作を定性的に推定することで設計の方針を立てられる場合がある。たとえばなじみ指機構 [1, 2] では、参照形状は閉リンク機構のリンク長や関節の屈曲量の運動比

率を決めるギア比などのロボット内部の幾何的なパラメータのみから決まる。そのため、制御入力と参照形状の関係性は幾何的な数式で記述でき、どの幾何パラメータを動かせば目的の参照形状に近づけることができるかを、定性的に調べることが比較的容易である。また、指が環境と接触する場合は弾性エネルギーが小さくなるように動作する。この性質から、参照形状に近づくように負荷の小さい関節から順に屈曲することが推定できる。

多関節型ロボットの参照形状の設計は、関節間の連動を考慮する事で幾何の問題として扱うことができた。一方で、continuum 機構の場合は参照形状を知るために力学の問題を解かなければならない。これは機構全体で幾何的な連動が起こらず、運動学的に参照形状が定まらないことに起因する。そこで数理モデル化の難しい複雑な形状の機構などでは、有限要素法(FEM)による変形の計算により動作が確認される。しかし、FEMの一回ごとの計算コストは膨大であり、FEMシミュレーションを適用する前に与える設計パラメータを見積もる方法もないため、時間コストが非常に大きい。一方で屈曲部分が関節やヒンジとみなせるような部分的な柔軟性を持つ continuum 機構に限定すると、多関節リンク機構と対応を取ることができる。そして、この特徴を活かした寸法最適化設計法が提案されている [6]。しかし、リンク構造を基本とする機構以外の設計パラメータを推定する方法は筆者の調べた限り見つからなかった。そこで本稿では、リンク構造を基本とする機構以外にも適用可能性をもつ参照形状の設計手法を提案する。これにより実機製作やFEMシミュレーションの前に設計パラメータを見積もることを目指す。また、提案手法の適用に向けた機構の特徴を示す。

## 1.2 報告内容

参照形状は接触が生じていない場合の平衡状態として求める。したがって、ロボットの数値計算モデルから動作の軌道を求めれば、軌道が収束する場合は参照形状を求めることができる。しかし、必要な情報は動作が停止した時のロボットの状態変数のみであり、運動軌道の情報を求める計算量が無駄になる。したがって、本研究では平衡状態のみを状態空間中のエネルギー分布から直接サンプリングする。

平衡状態において系のエネルギーは極小値を取る。したがって安定固定点をひとつ見つけるだけであればエネルギーを定式化して最小化問題を解けばよい。しかし、機構が持つ安定性の構造を明らかにするにあたって、複数の安定固定点の配置が重要となる場合がある。力学系の軌道探索にはマルコフ連鎖モンテカルロ法 (MCMC) を用いることがあり、非線型動力学の中でも探索の難しい現象の探索方法としてレプリカ交換マルコフ連鎖モンテカルロ法 (REM) を用いる研究が行われてきた [7]。本研究では安定な現象を探索するために、多峰性のエネルギー分布を効率的にサンプリングできる特徴を持つ REM を採用し、これを設計に応用する方法について調べた。この手法では数値計算のための離散化は必要である。しかし、エネルギーを定義できれば多関節構造でなくても計算可能である。

機構の安定状態に対応する現象を調べるために、安定軌道や安定固定点を探索する。まず、システムのエネルギー関数をギブス分布を用いて確率密度関数として定義する。これを REM に適用することで、分布に従うようなランダムサンプリングが実行され、エネルギー分布を可視化することができる [8]。本稿におけるこの手法の狙いは2つ存在する。

- (i) 混合後のサンプリング点の集合を観察することで、設計パラメータに対する安定固定点の移動、生成、消滅を可視化し、設計パラメータに関する対象の解析を容易にすること。
- (ii) 目標の固定点配置を実現できるような最適設計パラメータを計算すること。

これらのねらいを実現するために、特定のパラメータを固定したままサンプリングする方法を提案する。

本稿ではまずデータサンプリングが正しく行えることを単純な系で確かめた結果を報告する。また、簡単な機構で設計パラメータを推定した結果についても報告する。最後に、設計パラメータの推定が正しく行われたい現象への考察を述べる。

## 2. 安定状態のサンプリング手法

本節では REM を用いてシステムの安定状態をサンプリングする方法について述べる。まず最初に REM について簡単に説明する。次に、設計の段階で特定のパラメータを固定したときの安定状態の分布を、エネルギーに人工ポテンシャルを加えることによりサンプリングする方法について述べる。また、同様の方法で目標の安定固定点位置を指定することができることについて説明する。最後に、本節で提案するサンプリング手法が正しくシステムの安定状態をサンプリングできることを、簡単な機構で検証した結果を報告する。

### 2.1 REM による安定状態のサンプリング

レプリカ交換マルコフ連鎖モンテカルロ法 (REM) は複数の分布で並行してサンプリングを実行し、分布ごとのサンプル点を確率的に入れ替える操作を行うことで、通常の MCMC では混合に時間のかかる多峰性の分布をもつ対象の効率的なサンプリングを行う方法である。本稿では REM で用いるエネルギーの確率分布をギブス分布でモデル化した [7]。エネルギー関数を  $E$ 、エネルギー関数の変数を  $q$ 、REM のハイパーパラメータ (逆温度) を  $\beta$ 、正規化定数を  $Z$  と置くと、ギブス分布は以下の式で表される。

$$p(x) = \frac{\exp(-\beta E(x))}{Z(\beta)}, \quad Z = \int \exp(-\beta E(x)) dx \quad (1)$$

異なるハイパーパラメータ  $\beta_i$ ,  $i \in \mathbb{N}$  を持った分布を  $N$  個用意し、それぞれ任意の初期値を設定する。このとき、以下の計算を繰り返すことで、サンプリングが実行できる [8]。

- (i) 現在のサンプリング点 (最初であれば初期値) に関して点対称な確率密度からランダムに候補点  $x'_i$  をサンプリングする。

- (ii) 候補点  $x'_i$  と現在の点  $x_i$  の確率の比

$$r_{can} = \frac{p(x'_i)}{p(x_i)} \quad (2)$$

を求める。

- (iii) 一様乱数  $R$  を  $(0, 1)$  の範囲で発生させる。

- (iv)  $R$  と  $r_{can}$  を比較し、 $R < r_{can}$  なら候補点に移動する。そうでなければ候補点を棄却し、現在の点に留まる。

- (v) 全ての分布に対して上記の計算を行う。

(vi) 任意のステップ毎にサンプル  $x_i$  と  $x_{i+1}$  を確率的に入れ替える。交換は

$$r_{exc} = \frac{p(x_{i+1} | \beta_i)p(x_i | \beta_{i+1})}{p(x_i | \beta_{i+1})p(x_{i+1} | \beta_i)} \quad (3)$$

とおくとき  $\min(1, r_{exc})$  の確率で発生させる。

ハイパーパラメータ  $\beta$  を大きくするほど急峻なギブス分布に基づくサンプリングが実行される。しかし同時に、混合にかかる時間が長くなるため、対象に合わせた調整が必要である。

## 2.2 パラメータの一部を固定した場合のサンプリング手法

対象とする力学系の  $n$  次元状態変数ベクトルを  $\mathbf{q} = [q_1, q_2, \dots, q_n]^T$ ,  $m$  個の設計変数を並べたベクトルを  $\mathbf{a} = [a_1, a_2, \dots, a_m]^T$  と置く。このとき探索対象の状態ベクトルを  $\mathbf{x} = [\mathbf{q}^T, \mathbf{a}^T]^T$  と定義する。また、状態変数と設計変数を区別しないとき、 $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_{n+m}]^T$  と表記する。さらに、状態  $\mathbf{x}$  を引数として対象の力学系のエネルギーを  $\mathcal{E}(\mathbf{x})$  と定義する。サンプリング時に固定したい状態  $x_i$  に対応する添え字の集合を  $I_{fix}$  と置き、固定値の大きさを  $x_{d,i}$  とする。このとき人工ポテンシャル  $V$  を

$$V(\mathbf{x}) = \sum_{i \in I_{fix}} (x_i - x_{d,i})^2 \quad (4)$$

と定義する。人工エネルギー関数

$$E(\mathbf{x}) = \mathcal{E}(\mathbf{x}) + V(\mathbf{x}) \quad (5)$$

をギブス分布 (1) に適用することで、特定のパラメータを固定した状態で REM を実行できる。

## 2.3 サンプリング手法の検証

提案手法が機構の特徴を正しくサンプリングできるかどうかを、あらかじめ答えの分かっている単純なバネ-質点系を用いて検証する。

設計対象は Fig.1 のようにバネを接続した、安定固定点を 1 つもしくは 2 つ有する機構である。このとき運動エネルギー  $K$  は図中で示されている質点の質量を順番に  $m_1, m_2, \dots, m_A$  とおくと

$$K = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^A m_i \dot{\mathbf{x}}^T \dot{\mathbf{x}} \quad (6)$$

である。また、バネ定数を  $k_1, k_2, \dots, k_B$ ,  $i$  番目のバネの長さの変位を  $\Delta_i$  と置く時、バネのポテンシャルエネルギー

は

$$U = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^B k_i \Delta_i^2 \quad (7)$$

である。重力ポテンシャルを考慮しないとき、エネルギー関数は

$$\mathcal{E} = K + U \quad (8)$$

となる。このエネルギー関数を (1), (5) に適用することでギブス分布を定義する。

提案手法の検証として Fig.1 のギブス分布を上述の手順で導出し REM を実行した。ただし、状態変数は質点位置と速度、設計変数はバネの自然長  $l$  とバネ定数  $k$  と置いた。ただし、2 つのバネの設計変数は同じ値を取るものとした。

まずは人工ポテンシャルを与えない場合のサンプリングを行った。結果を Fig.2 に示すように、バネの自然長に対する固定点の分岐がサンプリングできた。安定固定点が  $x$  軸に対称で、自然長を伸ばすほど安定固定点が遠ざかる特徴が、Fig.2(b) より確認できた。

次に、バネの自然長パラメータを固定したときの安定固定点のサンプリングを行った。固定したパラメータ値  $l = 5\text{mm}$  に対する安定固定点の真値は  $[x, y] = [4, 3], [4, -3]\text{mm}$  である。結果を Fig.3 に示すように、ある点を覆うような分布状のサンプリングが得られた。サンプリング点を観察することで、 $[x, y] = [4, 3], [4, -3]\text{mm}$  それぞれを中心とするエネルギーの谷が存在することと、安定固定点間を結ぶ線分付近でエネルギーが小さくなっていることが確認できた。

最後に、先ほどとは逆に設計パラメータが推定できるかを確かめた。このとき固定点を指定するために状態変数を固定した。安定固定点位置を  $[x, y] = [4, 3]\text{mm}$  と指定したときのバネの自然長の真値は  $l = 5\text{mm}$  である。サンプリング結果を Fig.4 に示す。単峰性な分布がサンプリング出来ていることが確認できる。さらに、十分に混合が起こっている最終 1000 サンプルの平均値を、設計パラメータに関してそれぞれのサンプリング点列で取ると  $l = 5.01, 5.03\text{mm}$  であった。真値と比較すると、誤差を大きめに見積もって  $\pm 0.1\text{mm}$  程度の精度で設計パラメータが推定できた。

## 3. 推定が正しく行われない場合への対処法

前節では機構の安定性が  $x$  軸に関して対称性を持つことを前提知識として持っていたため、安定固定点を 1 点指定する判断が容易に下せた。しかし、前節の機構での REM 計算に 2 つの安定固定点  $[x, y] = [4, 3], [4, -3]\text{mm}$  を同時に指定するような人工ポテンシャルを誤って加えた場合、

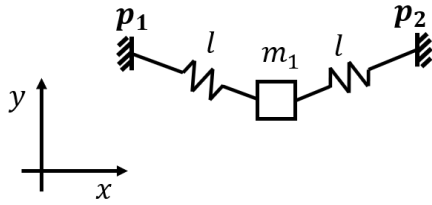


Fig. 1: Bistable mechanism.

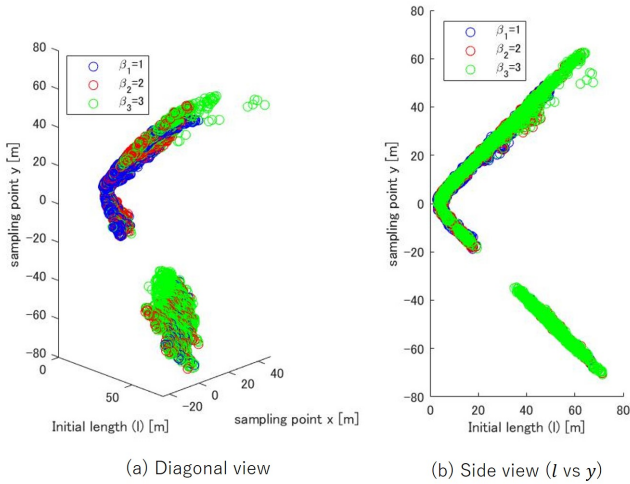


Fig. 2: Sampling result with a hyperparameter  $\beta_1 = 1$ ,  $\beta_2 = 2$ ,  $\beta_3 = 3$  (a)Diagonal view of plots and, (b)Side view of plots ( $l$  vs  $y$ ) which has feature of bifurcation.

二つの固定点の中間点  $[x, y] = [4, 0]$ mm に対応した設計パラメータがサンプリングされてしまうことが分かった。本手法の適用対象は、定性的な観点から動作を見積もることが難しい複雑な機構を含んでいる。したがって本節では、複雑な機構への提案手法の適用において、正しい推定値を得るために満たすべき条件について考察する。

### 3.1 正しい推定値を得るための条件

正しい推定値を得るための条件を整理する。Fig.3のような重力を含めた環境からの力を受けていないバネ-質点機構の安定状態では、バネは可能な限り自然長に近づこうとする。このときバネ部分を長さ可変の線分で置き換えた辺を仮想辺と定義する。仮想辺を与えられたトポロジ通りに接続できる条件は、トポロジを再現するために過不足ない質点の数が存在することである。このとき質点位置の組み合わせは安定固定点に対応する。機構は一度に複数の安定状態を取ることができないので、2つ以上の安定固定点を同時に指定すると二つの安定状態を重ねてサンプリングしている状態になる。したがって、バネ-質点系で各安定

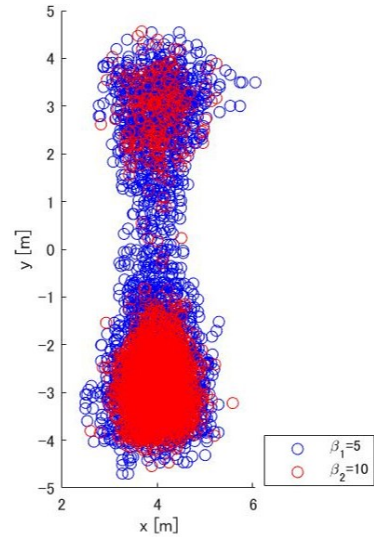


Fig. 3: Sampling result with a hyperparameter  $\beta_1 = 5$ ,  $\beta_2 = 10$  on a bistable mechanism.

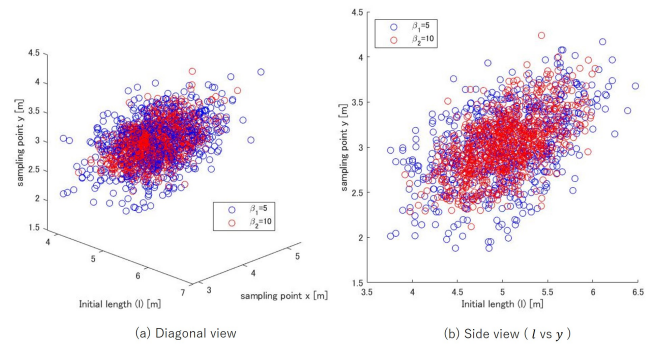


Fig. 4: Result of design parameter sampling with a hyperparameter  $\beta_1 = 5$ ,  $\beta_2 = 10$  under conditions that specify a position of stable fixed point.

固定点に対応した設計パラメータの正しい推定値を得るためには、質点の数だけ人工ポテンシャルを用意して、質点位置を固定する事で、単一の安定固定点を指定する必要がある。

### 3.2 非対称なバネ-質点系

非対称で安定状態が1つから4つまで変化するバネ-質点機構を、tristable 機構 [9] を参考に Fig.5のように構成した。この機構の固定点配置を固定点の指定の条件に当てはめて適当に与えたときに、設計パラメータであるバネの自然長を推定可能かを確かめた。条件に基づき、安定状態における質点の位置を  $[x, y] = [4, -1], [2, -2]$ mm の2

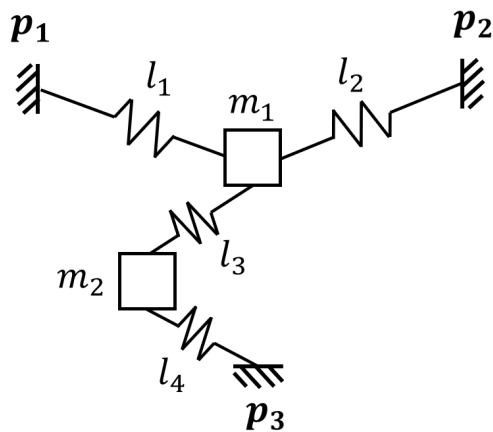


Fig. 5: Result of design parameter sampling with a hyperparameter  $\beta_1 = 5$ ,  $\beta_2 = 10$  under conditions that specify a position of stable fixed point.

Table 1: Comparison of true value and estimated value of design parameter.

	true [mm]	estimated [mm]
$l_1$	$\sqrt{17}$	4.3188
$l_2$	$\sqrt{17}$	4.2608
$l_3$	$\sqrt{5}$	2.3477
$l_4$	$\sqrt{8}$	2.9423

点とした。このとき真値と推定値の比較表を Table 1 に示すように、 $\pm 0.2\text{mm}$  程度の誤差で推定できた。

#### 4. 考察と展望

機構のエネルギー関数を定義するだけで、安定固定点に対応した複数の設計パラメータが同時に推定できることが確かめられた。この手法はエネルギー関数を定義できれば計算を始められるので、理論上はバネネットワークモデルや有限要素モデルなど弾性モデルのモデル化形式を問わず使用できる利点がある。しかし実際には、ロッド形状の柔軟ロボットなどでは制御入力を加味しないと参照形状をサンプリングすることができない場合がある。このように、状態変数と設計パラメータのみを変数とするサンプリングには限界がある。したがって、提案手法が上手く適用できる条件をさらに整理する必要がある。

また、提案手法は力学系の安定性の特徴を点で捉えるだけでなく、安定軌道の可視化につながる方法と考えられる。それは、REM が最適化計算法ではなくサンプリング手法であり、サンプリング対象が固定点に限定されていないためである。また、ロボットの設計においては、特に安定軌

道の可視化が有効と考えている。安定軌道を設計できれば、脚ロボットの周期的な軌道の設計などが実現できるためである。よって今後は、安定軌道の探索への拡張が重要である。

#### 5. 結言

本稿では、提案手法により自律安定なバネ-質点機構の安定固定点サンプリングや、その逆問題として設計パラメータサンプリングが行えることを示した。さらに最適設計問題を解く観点から REM の適用方法を検討した。まず、簡素な人工ポテンシャルを力学エネルギーに加えることで、パラメータの一部を固定したサンプリングが実現できることを示した。また、設計パラメータ推定を行う際のパラメータ固定の必要条件を明らかにした。今後は、提案手法の適用条件を明らかにする。また、安定軌道の設計への拡張を目指す。

#### 参考文献

- [1] K. Koganezawa and Y. Ishizuka : Novel mechanism of artificial finger using double planetary gear system, IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Nice, pp. 3184-3191 (2008)
- [2] Ryuta Ozawa, Yuuki Mishima, Yasuyuki Hirano : Design of a transmission with gear trains for underactuated mechanisms, IEEE Transactions on Robotics, vol. 32 no.6, pp. 1399-1407 (2016)
- [3] Atsushi Kakogawa, Shugen Ma : Design of a multilink-articulated wheeled pipeline inspection robot using only passive elastic joints, Advanced Robotics, 32:1, 37-50 (2018)
- [4] G. Immega and K. Antonelli : The KSI tentacle manipulator, Proceedings of 1995 IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp. 3149-3154 vol.3 (1995)
- [5] Koichi Suzumori, Shoichi Iikura, and Hirohisa Tanaka : Development of Flexible Microactuator and Its Applications to Robotic Mechanisms, Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp. 1622-1627 vol.2 (1991)
- [6] Vittorio M., Jonas Z., Moritz B., Stelian C., Markus G., Bernhard T. : A Computational Design Tool for Compliant Mechanisms, ACM Transactions on Graphics, vol. 36, no. 4 (2017)
- [7] T. Yanagita and Y. Iba : Exploration of order in chaos using the replica exchange Monte Carlo method, J. Stat. Mech., vol. 2009, no. 02, p. P02043 (2009)
- [8] 伊庭幸人, 種村正美, 大森裕浩, 和合肇, 佐藤整尚, 高橋明彦 : 統計科学のフロンティア 12 計算統計 II マルコフ連鎖モンテカルロ法とその周辺, pp.19 と pp.75, 岩波オンデマンドブックス (2005)
- [9] Chen G, Aten Q.T., Zirbel S., Jensen B.D., Howell L.L., A tristable mechanism configuration employing orthogonal compliant mechanisms, Trans. ASME, J. Mech. Robot., 2(1),014501(2009)