

動的粘弾性の計測とモデリング

Measurement and Modeling of Dynamic Viscoelasticity

永田 智滉 (立命大) 正 松野 孝博 (立命大) ○正 平井 慎一 (立命大)

Tomoaki Nagata, Ritsumeikan Univ., Takahiro Matsuno, Ritsumeikan Univ.

Shinichi Hirai, Ritsumeikan Univ., hirai@se.ritsumei.ac.jp

This manuscript focuses on deformation modeling of viscoelastic materials. Analysis of dynamic behavior of soft robots requires dynamic modeling of soft robot materials. We formulate dynamic deformation of viscoelastic materials via power laws. Model parameters in power laws are identified by numerically minimizing the error between measured and calculated stress-strain relationships.

Key Words: soft robot, dynamic deformation, viscoelasticity, modeling

1 緒言

ソフトロボットの材料として、様々な粘弾性材料が広く用いられている。ソフトロボットの挙動を解析するためには、材料の動的な変形特性を求める必要がある。また、食品マニピュレーションの分野では、ハンドリングする食品の動的な変形特性を得る必要がある。しかしながら、このような動的変形特性をモデリングする統一的な手法が確立していない。そこで本報告では、粘弾性材料の変形特性をモデリングする手法を提案する。

2 応力ひずみ関係の計測

材料の応力ひずみ関係を得るために、試料に変位を与え、そのときの荷重を計測する。変位の値を試料の厚さで割ることでひずみを、荷重の値を試料とプローブの接触面積で割ることで応力を求める。本報告では、荷重-変位測定ユニット FSA-1KE-50N (株式会社イマダ社製) を用いた。対象とする試料と接触を保ちながら、プローブを上下に運動させ、そのときの力を計測する。粘弾性材料の変形特性を計測することが目的であるので、試料とプローブが常に接触を保つように上下運動を調整した。図 1 に計測の様子を示す。

Haptics of Wonder [1] (株式会社タイカ社製) を対象とし、応力ひずみ関係を計測した。Haptics of Wonder は、 α ゲルで作られた 12 種類のサンプルである。それぞれ異なる変形特性や表面特性を有する。すべてのサンプルに対して、応力ひずみ関係を計測した。図 2 に、サンプル #01, #06, #09, #12 における計測結果を示す。各サンプルが、異なる粘弾性特性を有していることがわかる。

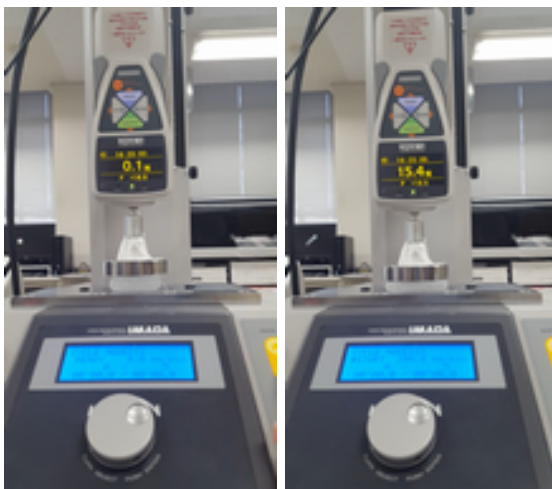


Fig.1 Pushing test of soft material samples

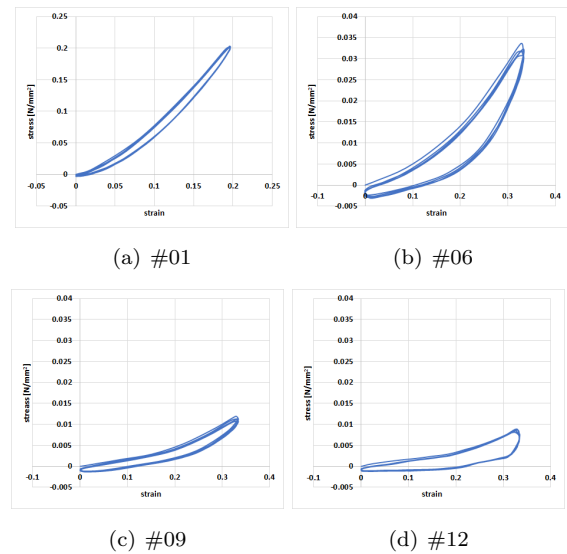


Fig.2 Measured stress-strain relationship of samples

3 粘弾性特性のモデリング

一般に、柔らかい材料の応力とひずみの関係は非線形である。エラストマーの弾性特性に関しては、Mooney-Rivlin モデルや Ogden モデル等の非線形モデルが提案されている [2]。一方、ソフトロボットの運動や柔軟物操作においては、動的モデルが必要になる。したがって、弾性特性のみならず粘性特性を求める。本報告では、弾性と粘性がべき乗則に従うと仮定する。すなわち、弾性要素による応力の大きさは、ひずみ ε の大きさの E_p 乗に比例し、粘性要素による応力の大きさは、ひずみ速度 $\dot{\varepsilon}$ の大きさの c_p 乗に比例すると仮定する。このとき、弾性要素による応力の大きさは $|\varepsilon|^{E_p}$ 、応力の正負は符号関数を用いて $\text{sgn}(\varepsilon)$ と表される。比例定数を E とすると、弾性要素による応力は $E \text{sgn}(\varepsilon)|\varepsilon|^{E_p}$ と表される。同様に、比例定数を c とすると、粘性要素による応力は $c \text{sgn}(\dot{\varepsilon})|\dot{\varepsilon}|^{c_p}$ と表される。したがって、時刻 t における粘弾性要素における応力は、弾性要素による応力と粘性要素による応力の和として

$$\sigma(t) = E \text{sgn}(\varepsilon)|\varepsilon|^{E_p} + c \text{sgn}(\dot{\varepsilon})|\dot{\varepsilon}|^{c_p} \quad (1)$$

と表すことができる。

前節で述べた応力ひずみ関係の計測を模擬するために、ひずみが振幅 A 、角周波数 ω 、位相 ϕ 、バイアス b の正弦波で与えられると仮定する。すなわち

$$\varepsilon = A \sin(\omega t + \phi) + b \quad (2)$$

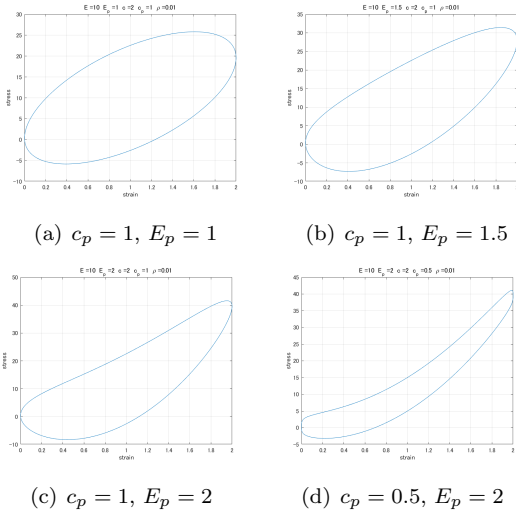


Fig.3 Computed stress-strain relationship

とする。試料には慣性力が作用するので、動的な応力ひずみ関係

$$E \operatorname{sgn}(\dot{\varepsilon}) |\varepsilon|^{E_p} + c \operatorname{sgn}(\dot{\varepsilon}) |\dot{\varepsilon}|^{c_p} + \rho \ddot{\varepsilon} = \sigma(t) \quad (3)$$

を仮定する。ここで、 ρ は線密度である。式 (2) を式 (3) に代入することにより、応力ひずみ関係を計算することができる。

モデルパラメータ E , E_p , c , c_p , ρ の値に応じて、異なる応力ひずみ関係を得る。特に、 E_p , c_p は、応力ひずみ曲線の形状に大きく影響する。図 3 に計算例を示す。ひずみを $\varepsilon(t) = \sin(2\pi t - \pi/2) + 1$ で与えた。すべての例において $E = 10$, $c = 2$, $\rho = 0.01$ である。線形、すなわち $c_p = 1$, $E_p = 1$ のとき (図 3(a))、曲線は楕円となる。パラメータ E_p の値が 1 より大きくなると、楕円がゆがむ (図 3(b))。また、 E_p , c_p の値によっては、凹形状を得る (図 3(b), 図 3(d))。

4 モデルパラメータの同定

計測結果からモデルパラメータ E , E_p , c , c_p , ρ の値を同定する。変位と荷重の計測値から計算したひずみと応力を $\varepsilon_m(t)$, $\sigma_m(t)$ で表す。計測時刻 t の範囲を $[0, T]$ とする。まず、式 (2) における運動パラメータ A , ω , ϕ , b を求める。計測値 $\varepsilon_m(t)$ と式 (2) を比較し、カーブフィッティングにより運動パラメータ a , ω , ϕ , b の値を求める。さらに、求めた運動パラメータの値と式 (2) を用いて、 $\varepsilon(t)$, $\dot{\varepsilon}(t)$, $\ddot{\varepsilon}(t)$ を計算する。次に、モデルパラメータ E , E_p , c , c_p , ρ の値を求める。モデルパラメータの値と計算した $\varepsilon(t)$, $\dot{\varepsilon}(t)$, $\ddot{\varepsilon}(t)$ を式 (3) に代入することにより、時刻 t における応力 $\sigma(t)$ を求めることができる。計算値 $\sigma(t)$ と計測値 $\sigma_m(t)$ の誤差を

$$D(E, E_p, c, c_p, \rho) = \int_0^T \{\sigma(t) - \sigma_m(t)\}^2 dt \quad (4)$$

と定める。これは非負の量であり、モデルパラメータ E , E_p , c , c_p , ρ に依存する。非負関数 D の値が小さいほど、計算値は計測値に近い。したがって、モデルパラメータの値は

$$\text{minimize } D(E, E_p, c, c_p, \rho) \quad (5)$$

により、数値的に同定することができる。

モデルパラメータの値を同定した結果を表 1 に示す。パラメータ E の単位は MPa, c の単位は MPa·s, ρ の単位は 10^{-8} g/mm である。いくつかのサンプルに対して、同定した値から応力ひずみ関係を求めた結果を図 4 に示す。赤線が計測値、緑線が同定結果を表す。モデルパラメータを同定できること、同定したモデルパラメータが応力ひずみ関係の計測結果を表していることがわかる。サンプル #01 から #05 の弾性率はアスカー C で評価されており、番号の順に小さくなる。ただし、#03 と #04 の材料は同じであり、#03 と #04 のアスカー C の値は等しい。パラメータ E

Table 1 Identified model parameters of samples

	E	E_p	c	c_p	ρ
#01	3.14	1.67	0.0310	2.28	2.36
#02	1.89	2.01	0.0469	3.19	2.36
#03	1.13	2.06	0.0293	1.98	2.36
#04	1.19	2.11	0.0296	1.26	2.27
#05	0.657	2.12	0.00905	1.09	2.59
#06	0.388	2.31	0.00577	1.03	2.35
#07	0.264	2.40	0.00232	1.02	2.46
#08	0.495	2.51	0.0127	1.51	2.41
#09	0.150	2.37	0.00147	0.519	2.22
#10	0.128	2.29	0.00123	0.708	2.35
#11	0.0749	2.00	0.000653	1.37	2.60
#12	0.542	3.77	0.00274	0.422	2.29

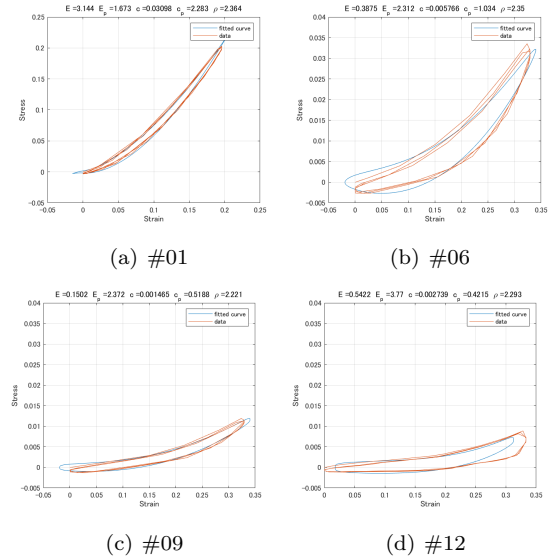


Fig.4 Estimated stress-strain relationship using identified model parameters

の値は、アスカー C の値の大小と対応している。また、#09 と #10 の材料は同じである。しかし #09 と #10 の E の値は 15%ほど異なる。これは、表面特性により、プローブとサンプルの接触面積が変化していることに起因すると考える。

5 結言

本報告では、粘弾性材料の動的な変形特性をべき乗則で表した。さらに、誤差の最小化により、変形特性を表すモデルパラメータを数値的に同定した。ソフトロボットの挙動は、材料の変形特性のみならず、粘性や摩擦などの表面特性に影響される。表面特性の計測とモデリングが今後の課題である。

謝辞

本研究は JSPS 科研費、新学術領域研究「ソフトロボット学」21H00333 の助成を受けた。

参考文献

- [1] Haptics of Wonder, <https://taica.co.jp/gel/collection/haptics/>
- [2] Javier Bonet, Richard D. Wood (吉田 純司, 寺嶋 隆史, 生出 佳共 訳), 非線形有限要素法のための連続体力学, 森北出版, 2017