

形状変形を伴う線状物体のマニピュレーション過程の解析

大阪大学 若松栄史 平井慎一 岩田一明

Analysis of Manipulation Process of Deformable Linear Objects

Hidefumi WAKAMATSU, Shinichi HIRAI, Kazuaki IWATA

Osaka University, 2-1 Yamadaoka, Suita, Osaka 565

Abstract— An approach to the static analysis of manipulation of deformable linear objects is presented. Firstly, the concept of force closure grasping is extended for deformable objects. Secondly, deformation of linear objects is formulated and an algorithm to compute their deformation is developed. Finally, we show that this approach can derive the maximum external force allowable for stable grasping.

Key words : deformable objects, grasping, manipulation, statics, force closure

1. 緒言

現在，生産現場において，自動化がなかなか進展しない工程のひとつとして，やわらかく変形しやすい材料でできた部品のマニピュレーション，特にその把持があげられる．そこで本報告では，弾性変形を生じる線状物体を例に取り，その把持における静力学的性質について考察する．

2. 変形しやすい物体の把持の定式化

剛体を対象物とする把持に関しては，従来，form closure や force closure という概念が提案されている．そこで，これらの概念が，変形しやすい物体の把持に対して適用できるか否かを検討する．まず，form closure について考えてみる．物体が柔らかく変形しやすい場合には，物体の自由度は無限にあると考えられるので，剛体と同様の form closure の条件を満たすことは不可能である．次に，force closure について考える．物体上の任意の点に対して，任意の方向・大きさの力およびモーメント p を加える．任意の力・モーメント p が，物体周囲の指から作用する抗力とつり合う時，force closure であると呼ぶ．剛体が m 個の指と点接触していると仮定すると，force closure であるための条件は次式のように表される．

$$\begin{aligned} \forall p, \quad \exists R_1, R_2, \dots, R_m \geq 0, \\ \text{s.t.} \quad p + F_b + \sum_{i=1}^m R_i w_i = \mathbf{o}. \end{aligned} \quad (1)$$

ただし， F_b は物体力， w_i は接触点 P_i での wrench ベクトルである．今，把持対象物が変形しやすい物体である場合を考える．物体は，指からの初期把持力によって支えられており，物体の変形によって接触点は変化しないと仮定する．この時，ある指の接触点に，それが与えている初期把持力より大きい力を，初期把持力の方向に加えると，その指と物体との接触が失われてしまう．したがって，物体の変形を考慮する場合，force closure のための条件 (1) 式は満たされない．一方，物体を安定に把持するためには，物体に加えることのできる力およびモーメントの値に上限があることがわかる．そこで，次のような概念を導入する．対象とする物体が， m 個の指と点接触しているとする．この物体の任意の点に対して，任意の方向に有

限な大きさの力およびモーメント pn を加えても，周囲の物体からの抗力とつり合う時，この物体は bounded force closure の状態にあると定義する．ただし， n は単位ベクトルである．これを式で表すと，以下のようになる．

$$\begin{aligned} \forall n, \quad \exists P \geq 0, \quad R_1, R_2, \dots, R_m \geq 0, \\ \text{s.t.} \quad pn + F_b + \sum_{i=1}^m R_i w_i = \mathbf{o}, \quad \forall p \in [0, P]. \end{aligned} \quad (2)$$

ここで， P を最大許容外力と呼ぶ．物体上のある点 x において，方向 n に外力を加えた時に，すべての指との接触を失わず，かつ滑べりを生じない最大の外力の大きさを $f(x, n)$ と表す．この時，最大許容外力 P は，

$$P = \min_x \min_n f(x, n) \quad (3)$$

で与えられる．以上のように，変形しやすい物体の場合には，外力がある範囲内にあるときのみ，安定な把持が可能であり，その限界は，最大許容外力 P で表される．

3. 線状物体の変形の解析

例として，Fig.1に示すような，テーブル上に置かれた長さ L の線状物体の変形を解析し，前節で示した安定な把持のための最大許容外力 P を求める．

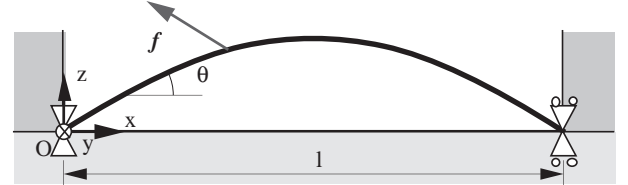


Fig. 1 Deformation of a linear object

ここで，物体の静的に安定な変形形状は，ポテンシャルエネルギーが最小となる形状であるとする．ポテンシャルエネルギーとしては，曲げとねじれによる弾性エネルギーを考える．物体の中心軸に沿った距離を s で表し，オイラー角 $\phi(s)$ ， $\theta(s)$ ， $\psi(s)$ を導入することにより，ポテンシャルエネルギー U は，次式のように表すことができる．

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L R_f \kappa(s)^2 ds + \frac{1}{2} \int_0^L R_t \omega(s)^2 ds \quad (4)$$

ここで、 R_f は曲げ剛性、 R_t はねじり剛性、 $\kappa(s)$ は曲率、 $\omega(s)$ はねじれ率を表し、曲率とねじれ率は、オイラー角を用いて表現することができる [1]。また、幾何学的制約は以下ようになる。

$$\dot{\theta}(0) = \dot{\theta}(L) = 0 \quad (5)$$

$$z(L) = 0 \quad (6)$$

$$y(L) = 0 \quad (7)$$

$$x(L) \leq l \quad (8)$$

$$z(s) \geq 0, \quad \forall s \in [0, L] \quad (9)$$

ここで、(5) 式は両端における中心軸の角度に対する制約を、(6)(7)(8) 式は、それぞれ右端の z 、 y 、 x 軸方向の制約を、(9) 式は、物体がテーブルと干渉しないための制約を表している。これらの幾何学的制約のもとでポテンシャルエネルギーを最小化することにより、物体の静的な安定形状を導出することができる。

以上のような変形形状の計算は、等式・不等式制約下の変分問題に帰着される。まず、オイラー角 ϕ 、 θ 、 ψ を、適当な基底関数の線形和で表し、その基底関数の係数をまとめて、ベクトル a で表す。この時、ポテンシャルエネルギー (4) 式、幾何学的制約 (5)–(9) 式は、係数ベクトル a の関数となる。したがって、上述の変分問題は、次のような最適化問題に変換できる。

$$\begin{aligned} \text{minimize} & : U(a) \\ \text{subject to} & : g_i(a) \leq 0 \quad (i = 1, \dots, m) \\ & : h_j(a) = 0 \quad (j = 1, \dots, n) \end{aligned} \quad (10)$$

ここで、 $g_i(a)$ は、(8) 式のような不等式制約、 $h_j(a)$ は、(6) 式のような等式制約に相当する。(10) 式のような制約付きの目的関数の最小化は、以下のようなラグランジュ関数を用いて最適化することができる。

$$\begin{aligned} L(a, \lambda, \mu) = U(a) + \sum_{i=1}^m \lambda_i g_i(a) + \sum_{j=1}^n \mu_j h_j(a), \\ \lambda_i \geq 0 \end{aligned} \quad (11)$$

ここで、 $\lambda_1, \dots, \lambda_m, \mu_1, \dots, \mu_n$ は Kuhn-Tucker 乗数である [2]。これらの乗数 λ_i および μ_j は、(6) 式などで表される幾何学的制約を満たすために必要な力あるいはモーメントとみなすことができる。

一方、物体に力学的制約が加えられる場合には、その力あるいはモーメントの値を F_i 、移動した距離あるいは角度を $D_i(a)$ (ただし、 $D_i(a) \leq 0$) とすると、(11) 式において乗数 λ_i を定数 F_i に、制約式 $g_i(a)$ を $D_i(a)$ に置き換えることにより、幾何学的制約の場合と同様に、物体の変形形状を求めることができる。このように、本節で提案した手法は、幾何学的および力学的制約のいずれの制約が与えられた場合においても、物体の変形形状と、物体に作用する力およびモーメントを導出することが可能である。

4. 線状物体の把持における最大許容外力の導出

前節に示した手法によって求めた変形形状において、 $x(L) = l$ であれば、線状物体は、左右両端において、間隔を l に広げた二本の指と接触しているとみなすことができる。しかし、 $x(L) < l$ であれば、物体の両端間の距離は、二指間の距離より短くなって

るため、片方の指との接触が失われてしまう。また、 $x(L) = l$ の状態においても、計算により求めた (6)、(7) 式に対する乗数 λ_z 、 λ_y 、すなわち z 、 y 方向に作用する力 F_z 、 F_y と、(8) 式に対する乗数 λ_x 、すなわち x 方向に作用する力 F_x との比が、指と物体の間の最大静止摩擦係数 μ より大きければ、物体の端点が指の表面上を滑ってしまうことになる。したがって、最大許容外力 P を加えた時の変形形状は、 $x(L) = l$ 、 $F_z \leq \mu F_x$ 、 $F_y \leq \mu F_x$ の条件を満たさなくてはならない。

例として、線状物体の $s_p = 0.1aL$ ($a = 1, \dots, 9$) の点において、 $\theta_p = b\pi/8$ ($b = 0, \pm 1, \dots, \pm 4$) の方向に外力を加えた場合のそれぞれの変形形状とその時の Kuhn-Tucker 乗数を求める。ただし、線状物体は、 $x-z$ 平面内で変形すると仮定する。この計算結果より導かれた、滑べりを考慮しない場合の両端間の距離 l と許容最大外力 P との関係を Fig.2 に示す。また、滑べりを考慮した場合の最大静止摩擦係数 μ と許容最大外力 P との関係を Fig.3 に示す。Fig.2、Fig.3 より、両端間の距離 l が小さいほど、すなわち、初期状態における変形が大きいほど、大きな外力に対して安定な把持を維持できることがわかる。

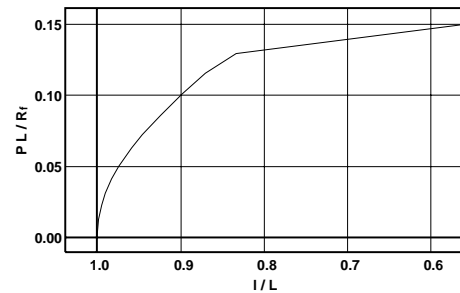


Fig. 2 Allowable maximum external force without slip

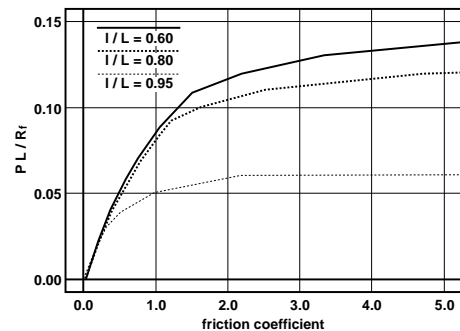


Fig. 3 Allowable maximum external force considering slip

5. 結論

本報告では、変形しやすい線状部品の安定な把持のための条件を求めた結果、最大許容外力が、初期状態における物体の変形形状に依存することが示された。

【参考文献】

- [1] H. Wakamatsu, S. Hirai, and K. Iwata: Modeling of Linear Objects Considering Bend, Twist, and Extensional Deformation, Proc. IEEE Int. Conf. Robotics and Automation, pp.433-438 (1995).
- [2] 今野, 山下: 非線形計画法, 日科技連 (1978).