

線状物体のマニピュレーションにおける動的変形の解析

大阪大学
清水国際特許事務所
立命館大学

若松栄史 荒井栄司
小林正樹
平井慎一

Analysis of Dynamic Deformation for String Object Manipulation

Hidefumi WAKAMATSU, Eiji ARAI
Osaka University, 2-1 Yamadaoka, Suita, Osaka 565

Masaki KOBAYASHI
Shimizu National Patent Attorney's Office, 3-4-26 Minamifunaba, Chuo-ku, Osaka, 542

Shinichi HIRAI
Ritsumeikan University, 1916 Noji, Kusatsu, Shiga 525-77

Abstract— An approach to analysis of dynamic deformation of string objects is presented. It is important because their dynamic deformation is often utilized in order to manipulate them successfully. Firstly, the potential energy and the kinetic energy of a string object are formulated. Secondly, the equations of motion are derived. Finally, a numerical example of 2-dimensional dynamic deformation is shown.

Key words : deformable objects, manipulation, dynamics

1. 緒言

現在，生産現場において，自動化に困難を伴う作業のひとつとして，やわらかく変形しやすい部品のマニピュレーションがあげられる．そのような作業では，部品の変形形状を予測できるか否かによって，成否が大きく影響される．また，人間が変形しやすい部品のマニピュレーションを行なう際には，部品の静的変形のみでなく，時間的に変化する動的変形を積極的に利用して作業を効果的に進める場合がある．例えば，図 1-(a) のような初期状態のものを図 1-(b) のようにする場合，図 1-(c) のように endpoint A を操ることで endpoint B を把持することなく移動させることができる．これは，物体の動的変形を考慮することによって得られる操作である．このように，変形しやすい部品のマニピュレーションにおいては，部品の変形過程の解析が，自動化の促進のために不可欠な要素のひとつとなる．そこで本報告では，変形しやすい部品としてコードや針金のような線状物体を取り上げ，その動的変形について解析を進める．

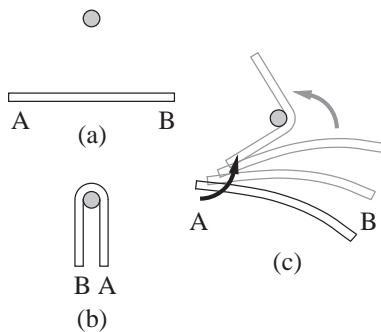


Fig. 1 Example of manipulation utilizing dynamic deformation

2. 線状物体の動的変形の定式化

本報告では，線状物体には弾性変形のみが生じると仮定し，物体にはたらく粘性の影響は無視できるものとする．また，物体は中心軸方向には伸縮しないものとし，

変形としては曲げ変形のみを考える．この時，ハミルトンの原理とオイラーの変分原理により線状物体の運動方程式を導く．

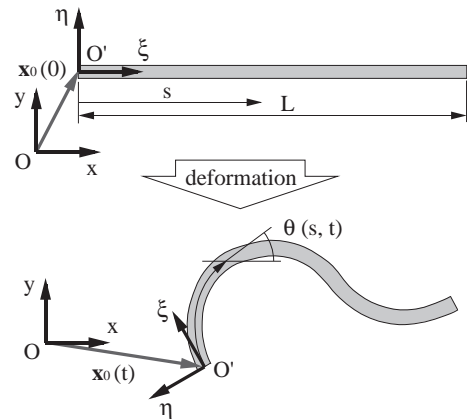


Fig. 2 2-dimensional deformation of a string object

図 2 に示すような長さ L の直線状物体の二次元空間内での変形を考える．部品の一方の端点に物体座標系 $O'-\xi\eta$ の原点をとり，そこから部品に沿った距離を s で表す．物体を変形させ，位置 s ，時間 t における空間座標系 $O-xy$ からの物体座標系 $O'-\xi\eta$ の回転を $\theta(s, t)$ を用いて表すと，物体上の点 $P(s, t)$ の空間位置 $\mathbf{x}(s, t) = [x(s, t) \ y(s, t)]^T$ は，次のように与えられる．

$$\mathbf{x}(s, t) = \mathbf{x}_0(t) + \int_0^s \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix} ds \quad (1)$$

ここで， $\mathbf{x}_0(t)$ は時間 t における物体座標系 $O'-\xi\eta$ の原点の空間位置とする．

次に，線状物体のエネルギーについて考える．時間 t における物体のポテンシャルエネルギー $U(t)$ は，次式のように表すことができる [1]．

$$U(t) = \frac{R_f}{2} \int_0^L \theta'^2 ds \quad (2)$$

ここで、 R_f は物体の曲げ剛性であり、 θ' は θ の s に関する偏微分を表すものとする。また、時間 t における物体の運動エネルギー $T(t)$ は、次式のように表すことができる。

$$T(t) = \frac{\rho}{2} \int_0^L (\dot{x}^2 + \dot{y}^2) ds + \frac{I}{2} \int_0^L \dot{\theta}^2 ds \quad (3)$$

ここで、 ρ は線密度、 I は xy 平面に垂直な軸回りの慣性モーメントであり、 $\dot{\theta}$ は θ の t に関する偏微分を表すものとする。また、 x および y 方向の速度 \dot{x} および \dot{y} は、それぞれ次のように表せる。

$$\dot{x} = - \int_0^s \sin \theta \dot{\theta} ds, \quad \dot{y} = \int_0^s \cos \theta \dot{\theta} ds$$

物体が、時間 t_1 から t_2 まで変形する間に外から加えられる仕事 W_i は、一般に

$$W_k = \int_{t_1}^{t_2} \mathbf{f}_k \cdot d\mathbf{x}(s_k, t) = \int_{t_1}^{t_2} \mathbf{f}_k \cdot d\mathbf{x}_k$$

と表される。したがって、ハミルトンの定理により、物体は

$$\int_{t_1}^{t_2} \left\{ T(t) - U(t) + \sum_k \mathbf{f}_k \cdot d\mathbf{x}_k \right\} dt \quad (4)$$

が最小となるように運動する。この式 (4) に対しオイラーの変分原理を用いることで、

$$\begin{aligned} -I\ddot{\theta} + \int_s^L \rho(\ddot{x} \sin \theta - \ddot{y} \cos \theta) ds \\ + R_f \theta'' + \sum_k f_{kx} \sin \theta - \sum_k f_{ky} \cos \theta = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

なる運動方程式が導かれる。

3. 線状物体の動的変形形状の導出

線状物体の動的変形形状は、式 (5) で表される運動方程式を解くことによって求められる。式 (5) を整理すると、時間 t における物体の角加速度 $\ddot{\theta}$ は次のように表すことができる。

$$\begin{aligned} \ddot{\theta} = F_0(s) - \frac{\rho}{I} \int_s^L \left(\sin \theta \cdot \int_0^s \sin \theta \ddot{\theta} ds \right) ds \\ - \frac{\rho}{I} \int_s^L \left(\cos \theta \cdot \int_0^s \cos \theta \ddot{\theta} ds \right) ds \end{aligned} \quad (6)$$

ここで、 $F_i(s)$ ($i = 0, 1, 2, \dots$) は角度と角速度に関する関数を表すものとする。角加速度 $\ddot{\theta}$ を

$$\ddot{\theta}(s, t) = \sum_{i=1}^n c_i e_i(s)$$

のように基底関数 $e_i(s)$ の線形和で表すと、式 (6) は

$$\sum_{i=1}^n F_i(s) c_i - F_0(s) = 0, \quad s \in [0, L]$$

となり、最小二乗法を用いることによって

$$\sum_{i=1}^n c_j \int_0^L F_j \cdot F_i ds - \int_0^L F_j \cdot F_0 ds = 0, \quad (7)$$

$$j = 1, \dots, n$$

で表される係数 c_i に関する連立方程式が導かれる。時間 t における $F_i(s)$ が既知であれば、上式より角加速度 $\ddot{\theta}$ が近似的に求まる。これより、時間 $t + n\Delta t$ における角度・角速度・角加速度を逐次求めていくことができる。

4. 動的変形形状の計算例

例として図 3 に示すような初期状態を持つ線状物体の動的変形形状を導出する。物体の左端は空間座標系の原点に固定され、 $t = 0$ において、物体は $x(L) = 0.6L$ を満たすような静的安定形状にあるものとする。この物体の右端に、 $-x$ 方向に向かって外力 f を加え、 $t > 0$ における変形形状を計算する。ただし、物体の右端には $y(L, t) = 0$ で表される制約があるものとする。この時の変形形状を図 4 に示す。ここでは、 $L = 2.0 \times 10^{-1}$ 、 $R_f = 1.0 \times 10^2$ 、 $\rho = 5.0 \times 10^2$ 、 $I = 1.0$ 、 $f = 4.0 \times 10^4$ 、 $\Delta t = 1.0 \times 10^{-4}$ とし、また、基底関数としては以下のようなものを用いている。

$$1, s, \sin \frac{n\pi s}{L}, \cos \frac{n\pi s}{L} \quad (n = 1, 2, 3, 4)$$

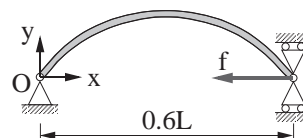


Fig. 3 Example of string object deformation

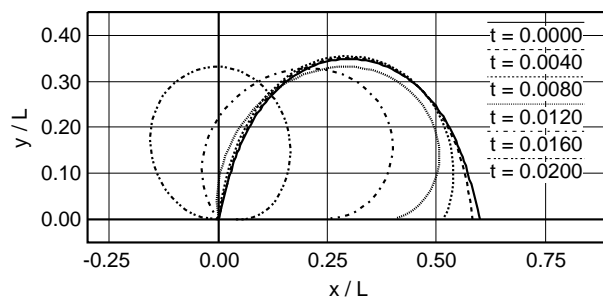


Fig. 4 Computational results of dynamic deformation

5. 結論

本報告では、ハミルトンの原理とオイラーの変分原理から、線状物体の運動方程式を導出した。次にこの運動方程式を用いて、平面内で変形する線状部品の動的変形形状を数値的に求めた。このような計算は、物体の動的変形を利用したマニピュレーションの作業計画を行なう上で重要になってくると考えられる。

【参考文献】

[1] H. Wakamatsu, S. Hirai, and K. Iwata : Modeling of Linear Objects Considering Bend, Twist, and Extensional Deformation, Proc. IEEE Int. Conf. Robotics and Automation, pp.433-438 (1995).