

# ねじりを伴う線状物体の変形におけるヒステリシスに関する研究

平井 慎一, † Brenan J. McCarragher

立命館大学 理工学部 ロボティクス学科, † Australia National University

## A Static Analysis of Hysteresis in Deformation of Twistable String Objects

Shinichi Hirai, † Brenan J. McCarragher

Dept. of Robotics, Ritsumeikan University, † Australia National University

**Abstract** - Hysteresis during deforming process of twistable string objects will be analyzed. Loops on string objects may cause their twine or breakage. Thus, mechanism of loops should be investigated. In this paper, we will point out that loops result from hysteresis during deforming processes and will outline a static analysis of the hysteresis.

Keywords: deformable objects, hysteresis, manipulation, deformation, potential energy

### 1. はじめに

コードやひもなど、変形しやすい線状物体を操作するとき、物体のねじれによりループが生じることが多い。ループは、絡まりや断線の原因となる一方、適切に制御することにより物体操作への利用が期待できる。また、タグボートや水中ロボットにおいては、ケーブルに生じるループを抑制することが重要である。このような観点から、線状物体においてループが生じるメカニズムを解明することが望まれる。本報告では、線状物体に生じるループが、変形過程のヒステリシスに起因することを指摘し、ループ生成過程のモデリング手法の概略を示す。

### 2. 線状物体の変形におけるヒステリシス

曲げ変形とねじり変形を生じうる、線状物体の両端を把持する。自然長の状態で一端を固定し、他端をねじることにより、物体に初期ねじりを与える。この状態から両端の間の距離を変化させ、物体の変形形状を観察する。変形過程の模式図を、Fig.1に示す。Fig.1-(a)は、初期ねじりを与えた状態である。両端間の距離を徐々に縮めると、曲げ変形が生じ Fig.1-(b)の状態、続いて Fig.1-(c)の状態に達する。さらに両端間の距離を縮めると、Fig.1-(d)に示すように、ループが生じる。次に、Fig.1-(d)の状態から、両端間の距離を徐々に伸ばす。このとき、ループが残り、Fig.1-(e)の状態、続いて Fig.1-(f)の状態が生じる。すなわち、両端間の距離を伸ばす過程においては、距離を縮める過程に現れる形状とは、異なる変形形状が生じる。このように、両端間の距離が等しくても、両端間の距離を縮める過程か伸ばす過程かにより、変形形状が異なることがある。これは、物体の変形形状が、変形の履歴に依存することを意味する。本報告では、このようなヒステリシス現象を分析の対象とする。

### 3. ヒステリシス現象の分析

線状物体の変形におけるヒステリシスは、ゆっくりとした変形に対しても観察される。そこで、動的な効果は無視できると仮定し、線状物体の静的なモデリングを通して現象を分析する。物体の静的に安定な形状においては、ポテンシャルエネルギーが極小値を取る。したがって、ポテンシャルエネルギーの値により、変形形状が決定される。

Fig.1-(b)と Fig.1-(f)における両端間の距離、すな

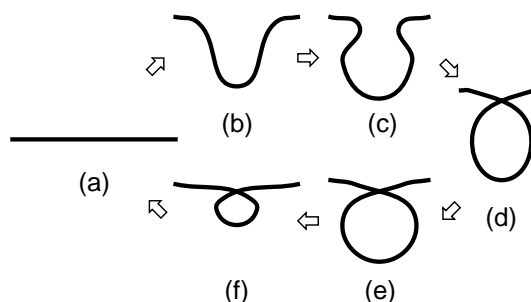


Fig.1: Hysteresis in deformation of string objects

わち右端の変位量は等しい。Fig.1-(c)と Fig.1-(e)においても、右端の変位は等しい。これより、等しい変位量に対してポテンシャルエネルギーが極小値をとる形状が、一般には唯一ではなく複数個存在することがわかる。そこで、複数個存在するポテンシャルエネルギーの極小値を比較する。状態 (a) で、線状物体の両端の間の距離を縮めると、状態 (b) に遷移し、状態 (f) には遷移しない。これは、状態 (b) におけるポテンシャルエネルギーが、状態 (f) のそれより低いことを意味する。また、状態 (d) で、両端間の距離を伸ばすと、状態 (e) に遷移し、状態 (c) には遷移しない。これは、状態 (e) のポテンシャルエネルギーが、状態 (c) のそれより低いことを表す。以上のように、複数の極小値におけるポテンシャルエネルギーの値を比較することができる。変形過程を考慮に入れると、右端の変位量とポテンシャルエネルギーとの関係は模式的に、Fig.2のように表されることがわかる。両端間の距離を縮める過程は太線に、伸ばす過程は細線に対応する。

太線に対応する変形形状、細線に対応する変形形状は、いずれもポテンシャルエネルギーが極小値を取る形状である。したがって、一方の変形形状から他方の変形形状への遷移が生じるためには、物体に外部からエネルギーを与え、ポテンシャルエネルギーの谷から脱出させることが必要である。たとえば、状態 (c) で物体をたたき、外乱を与えると、状態 (e) に遷移する。これは、状態 (e) におけるポテンシャルエネルギーの極小値が、状態 (c) におけるそれより低いためである。すなわち、物体に与えられた外部エネルギーにより変形形状は、極小状態 (c) の谷から脱出し、さらにエネ

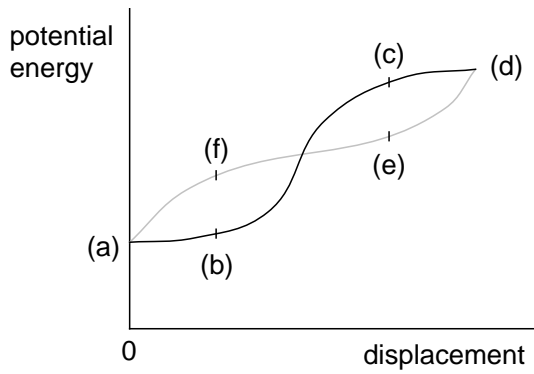


Fig.2: Potential energy during deforming process

ルギーが低い極小状態 (e) に移ると考えられる。

以上の考察より、ヒステリシス現象は、次のように説明できる。状態 (a) で、線状物体の両端の間の距離を縮めると、ポテンシャルエネルギーがより低い、状態 (b) に遷移する。さらに縮めると、ポテンシャルエネルギーが極小値を取る変形形状をたどり、状態 (c) を経て状態 (d) に至る。状態 (d) で、線状物体の両端の間の距離を伸ばすと、ポテンシャルエネルギーがより低い、状態 (e) に遷移する。さらに伸ばすと、ポテンシャルエネルギーが極小値を取る変形形状をたどり、状態 (f) を経て状態 (a) に戻る。

#### 4. ヒステリシス現象の定式化

線状物体の静的な形状変形は、ポテンシャルエネルギーを最小にする形状を計算することにより求めることができる [1]。線状物体の長さを  $L$  で表す。物体上の点は、一端から物体に沿って測った距離  $s$  により、指定することができる。距離  $s$  の点における物体の曲率、ねじれ率を、それぞれ  $\kappa, \omega$  で表す。また、物体の曲げ剛性、ねじり剛性を、それぞれ  $R_f, R_t$  とする。物体のポテンシャルエネルギー  $U$  は、曲げによるエネルギーとねじりによるエネルギーの和で与えられると仮定する。このとき、

$$U = \int_0^L \frac{1}{2} R_f \kappa^2 ds + \int_0^L \frac{1}{2} R_t \omega^2 ds$$

物体の変形を表すために、物体上の各点に座標系を設定する。変形前の座標系と変形後の座標系との座標変換により、物体の変形は表される。距離  $s$  の点における二つの座標系間の姿勢変換を、オイラー角  $\phi(s), \theta(s), \psi(s)$  で表す。このとき、曲率とねじれ率は、オイラー角を用いて次のように表される。

$$\kappa^2 = \left( \frac{d\theta}{ds} \right)^2 + \sin^2 \theta \left( \frac{d\phi}{ds} \right)^2$$

$$\omega^2 = \left( \frac{d\phi}{ds} \cos \theta + \frac{d\psi}{ds} \right)^2$$

両端間の距離や両端における姿勢など、物体に課せられた幾何学的拘束の下で、ポテンシャルエネルギーが最小になるようなオイラー角  $\phi(s), \theta(s), \psi(s)$  を見つけることにより、物体の変形形状を計算できる。

物体の変形形状を計算するために、オイラー角  $\phi(s), \theta(s), \psi(s)$  を、あらかじめ与えられた基底関数  $\varphi_1(s), \varphi_2(s), \dots, \varphi_n(s)$  に対して展開する。三つのオイラー角における展開係数ベクトルを、まとめて  $3n$  次元ベクトルで表す。これは、物体の変形形状を表すベクトルであり、形状ベクトルとよぶ。まず、両端の距離を

縮める過程における変形形状を求める。はじめに、初期ねじり状態における形状ベクトル  $a_0$  を、ポテンシャルエネルギーの最小化を通して求める。続いて、両端間の距離を  $\Delta l$  だけ縮めたときの形状ベクトル  $a_1$  を求める。ただし、最小化計算の初期値を  $a_0$  とする。さらに、最小化計算の初期値を  $a_1$  として、両端の距離を  $2\Delta l$  だけ縮めたときの形状ベクトル  $a_2$  を求める。以上を繰り返すことにより、線状物体の両端の距離を縮める過程における変形形状を、順次計算することができる。最終的には、状態 (d) における形状ベクトル  $b_0$  を求めることができる。次に、両端の距離を伸ばす過程における変形形状を求める。はじめに、最小化計算の初期値を  $b_0$  とし、両端の距離を  $\Delta l$  だけ伸ばしたときの形状ベクトル  $b_1$  を求める。続いて、最小化計算の初期値を  $b_1$  として、両端の距離を  $2\Delta l$  だけ縮めたときの形状ベクトル  $b_2$  を求める。以上を繰り返すことにより、線状物体の両端の距離を伸ばす過程における変形形状を、順次求めることができる。

両端の距離を縮める過程における形状から、伸ばす過程における形状に遷移するために必要なエネルギーを求めることは、変形形状の安定性を評価する上で重要である。そこで、遷移に必要なエネルギーの計算法について検討する。縮める過程における形状ベクトルを  $a$ 、伸ばす過程における形状ベクトルを  $b$  とする。ただし、両方の形状において両端の距離は等しく、 $l$  で与えられるとする。形状ベクトル  $a$  で表される形状における両端間の距離を  $l(a)$ 、ポテンシャルエネルギーを  $U(a)$  で表す。形状ベクトル  $a$  から  $b$  に至る形状ベクトル空間内の径路を、 $a(\tau)$  ( $0 \leq \tau \leq 1$ ) で表す。ただし、 $a(\tau)$  は、制約式

$$a(0) = a, \quad a(1) = b, \quad (1)$$

$$l(a(\tau)) = l, \quad \forall \tau \in [0, 1] \quad (2)$$

を満たさなくてはならない。径路  $a(\tau)$  に沿って物体の形状が変形するとき、物体のポテンシャルエネルギーの最大値は、次式で与えられる。

$$\max_{0 \leq \tau \leq 1} U(a(\tau)) \quad (3)$$

形状ベクトル  $a$  から  $b$  への遷移を、径路  $a(\tau)$  に沿って引き起こすためには最低限、上式のエネルギーと  $U(a)$  との差に相当するエネルギーが必要である。結局、形状の遷移を生じさせるために最小限必要なエネルギーは、制約式 (1)(2) の下で、目標関数 (3) を最小化する関数  $a(\tau)$  を求めることに帰着される。

#### 5. おわりに

本報告では、線状物体の変形過程におけるヒステリシス現象を、静的にモデリングする手法について述べた。今後は、まず、両端の距離を縮める過程、伸ばす過程における変形形状を計算するアルゴリズムを実装し、本報告で提案したモデリング手法の妥当性を検証する。次に、形状遷移に必要なエネルギーを求めるアルゴリズムを実装する。ヒステリシス現象における線状物体の挙動は、初期ねじれの大きさに強く依存する。したがって、初期ねじれの影響の評価も今度の課題として挙げられる。

#### 【参考文献】

- 1) Wakamatsu, H., Hirai, S., and Iwata, K., *Modeling of Linear Objects Considering Bend, Twist, and Extensional Deformations*, Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, Vol.1, pp.433-438, Nagoya, May, 1995