布地の伸縮変形制御

○和田隆広，平野達也，[†]若松栄史，平井慎一，川村貞夫
立命館大学， [†] 大阪大学

Control of extensional deformation of textile fabrics

○Takahiro Wada , Tatsuya Hirano , [†]Hidefumi Wakamatsu , Shinichi Hirai , and Sadao Kawamura
Ritsumeikan University , [†]Osaka University

Abstract: Indirect positioning operation of textile fabrics will be investigated. First, a model-based method to determine displacements of operating points on a fabric is proposed. Secondly, we will derive a condition to examine whether an indirect positioning operation is feasible or not.

Keywords: manipulation, indirect positioning, deformable objects, deformation control, textile fabrics

1. はじめに

布地を扱う作業の多くは，現在でも人手に頼るところが多く，自動化が望まれている．布地を対象とする作業においては，布上の点の位置決めが基本的な作業の一つである．多くの位置決め作業においては，位置決めしたい点を直接操作することができず，Fig.1 に示すように，布地の端など他の点を操作することにより，間接的に位置決めを実現しなければならない．そこで本報告では，布地に代表される伸縮柔軟物体における間接的な位置決めについて考察する．特に，平面内変形を対象とし，与えられた操作する点の変位を求める方法を提案するとともに，位置決めが可能であるための条件について考察する．

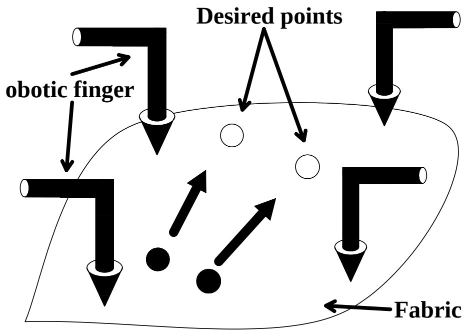

Fig.1: Indirect positioning of textile fabric

2. 布地の伸縮変形の定式化

本報告では，布地などの面状伸縮柔軟物体を，Fig.2 に示すような格子状のバネでモデル化する．格子の単位要素は，縦横のバネと，対角線を結ぶ斜め方向のバネより構成されている．このモデルでは，物体は平面内で変形，移動すると仮定し，その平面内に 空間座標系 $o-xy$を固定する．また，格子点の位置ベクトル $p_{i,j} \triangleq [x_{i,j}, y_{i,j}]^T$ $(i = 0, \cdots, M;\ j = 0, \cdots, N)$ により，物体の変形と移動を表す．

いま，布上の格子点のみを位置決めの対象とし，格子点を以下の 3 種類に分類する．

操作点 位置決め機構などで直接拘束を与える点．

位置決め点 位置決め機構などで直接拘束できないが，操作点を適切に制御することにより位置決めすべき点．

非位置決め点 操作点でも，位置決め点でもない点．

操作点が l 個あるとする．すべての操作点の x, y 座標を並べた $2l$ 次元ベクトルを r_m とし，操作点パラメータと呼ぶ．同様に，位置決め点および非位置決め点の個数をそれぞれ， m, n とし，それぞれのすべての x, y 座標を並べた ベクトルを r_p および r_n とし，位置決め点パラメータ，非位置決め点パラメータと呼ぶ．

以下の議論では，操作点，位置決め点および非位置決め点の，布上での配置は，はじめから与えられているとする．したがって，今回の議論では，布上のどの点を操作するかなどについては考察しない．物体のポテンシャルエネルギは，r_m, r_p, r_n によって決まるので，それを$U(r_m, r_p, r_n)$ と表す．このポテンシャルエネルギ $U(r_m, r_p, r_n)$ を，与えられた拘束の下で最小化することにより，変形後のr_m, r_p, r_nが求められるので，布地の形状が決定される．本報告では，操作点 r_m に対して，$r_m = a$ なる拘束が与えられる場合を扱う．このとき，操作点以外の点の座標 r_p, r_n を求めるためには，Lagrange の未定乗数法を用いて，

$$L(r_m, r_p, r_n, \lambda) \triangleq U(r_m, r_p, r_n) + \lambda^T (r_m - a) \quad (1)$$

を最小化すればよい．ここで，L は Lagrange 関数，λ は Lagrange 乗数である．ここで，式(1)を最小にする r_p, r_n, λ は，以下の連立方程式を満たす必要がある．

$$\frac{\partial L}{\partial r_m} = \frac{\partial U}{\partial r_m} + \lambda = 0 \quad (\in R^{2l \times 1}) \quad (2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial r_p} = \frac{\partial U}{\partial r_p} = 0 \quad (\in R^{2m \times 1}) \quad (3)$$

$$\frac{\partial L}{\partial r_n} = \frac{\partial U}{\partial r_n} = 0 \quad (\in R^{2n \times 1}) \quad (4)$$

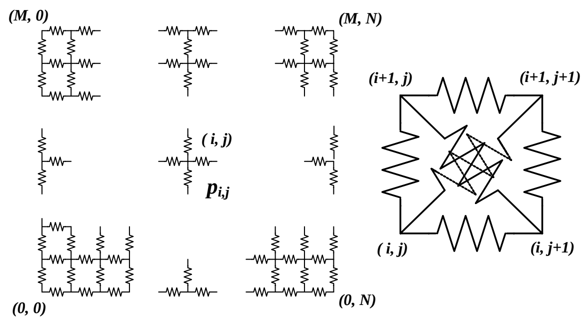

Fig.2: Model of textile fabric

3. 伸縮変形制御の手法

本節では，前節とは逆に，目標となる位置決め点パラメータ $r_p = b$ が与えられた場合に，それを実現するための操作点パラメータ r_m を求める手法を提案する．

前節の議論により，式(1)を最小にする r_m, r_p, r_n は，非線形の連立方程式(2) ～ (4)を満たす必要がある．そこで，この連立方程式において，r_p へ目的とする値を代入し，r_m, r_n，および λ を未知数と考える．つまり，連立方程式

$$\left.\frac{\partial U}{\partial r_m}\right|_{r_p=b} + \lambda = 0 \qquad (5)$$

$$\left.\frac{\partial U}{\partial r_p}\right|_{r_p=b} = 0 \qquad (6)$$

$$\left.\frac{\partial U}{\partial r_n}\right|_{r_p=b} = 0 \qquad (7)$$

を，r_m, r_n, λ について解くことにより，与えられた位置決め点の目標値 $r_p = b$ を実現するための操作点 r_m および操作力 λ を求める．まず式(6)と(7)を用いて，r_m, r_n を求め，その後に式(5)より λ を求める．ただし，連立方程式 (6), (7) において，未知ベクトルは r_mとr_n であり，未知パラメータの数は $2l + 2n$ である．方程式の数は $2m + 2n$ である．方程式がすべて独立である場合には，$l = m$ のときに解が一意に定まる可能性がある．

以下，計算例を示す．操作点は 3 点，位置決め点は 3 点であり，対応する操作点パラメータ，および位置決め点パラメータをそれぞれ，以下で定義する．

$$r_m \triangleq [x_{0,0}, y_{0,0}\ ,\ x_{0,3}, y_{0,3}\ ,\ x_{3,1}, y_{3,1}]^T \qquad (8)$$

$$r_p \triangleq [x_{1,1}, y_{1,1}\ ,\ x_{1,2}, y_{1,2}\ ,\ x_{2,1}, y_{2,1}]^T \qquad (9)$$

ただし，すべての格子は 1 辺の長さが 1 の正方形の初期値であるとする．いま，位置決め点パラメータの目標値を

$$r_p = [1.0, 0.8\ ,\ 2.2, 1.0\ ,\ 1.0, 2.2]^T \qquad (10)$$

とおき，これを実現するための操作点パラメータ r_m を求める．連立方程式 (6) および (7) に式 (10) を代入し，r_m, r_n について解いて r_m を求めると，

$$r_m = [-0.605, -1.04\ ,\ 4.30, 0.314\ ,\ 0.926, 3.97]^T \qquad (11)$$

を得る．この r_m を順問題の式 (3), (4) に代入して変形形状を求めてプロットした結果を，Fig.3 に示す．この図を見てわかるように，逆問題を解いて求めた操作点パラメータ r_m を，連立方程式(3), (4) に代入して解いた結果 r_p と，その目標値は，ほぼ一致している．これにより，本報告で提案した手法が有効であることが確認された．

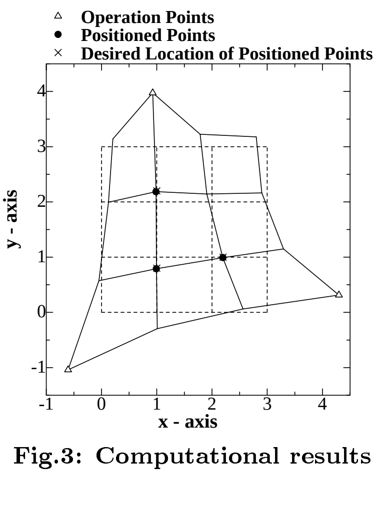

Fig.3: Computational results

4. 操作点パラメータの存在性

前節の例では，与えられた位置決め点の目標に対して，それを実現する操作点パラメータ r_m が存在した．しかしながら，操作点や位置決め点の数や，それらの布地上で配置によっては，操作点パラメータが存在しない場合があると考えられる．

ここでは，ある点近傍での操作点パラメータの存在について考察する．ポテンシャルエネルギ U の，ベクトル r_m, r_p, r_nに関する Hesse 行列を

$$H_{p,m} \triangleq \left[\frac{\partial^2 U}{\partial r_m^j \partial r_p^i}\right]_{i,j},\quad H_{p,n} \triangleq \left[\frac{\partial^2 U}{\partial r_n^j \partial r_p^i}\right]_{i,j}$$

$$H_{n,m} \triangleq \left[\frac{\partial^2 U}{\partial r_m^j \partial r_n^i}\right]_{i,j},\quad H_{n,n} \triangleq \left[\frac{\partial^2 U}{\partial r_n^j \partial r_n^i}\right]_{i,j} \qquad (12)$$

とする．ある安定形状 $r_m = r_{m0}$, $r_p = r_{p0}$, $r_n = r_{n0}$ の近傍を考え，その点まわりで式 (6) および (7) を線形化し．次式を得る．

$$A \begin{bmatrix} \delta r_m \\ \delta r_n \end{bmatrix} = B\delta r_p - c \qquad (13)$$

ただし，

$$A \triangleq \begin{bmatrix} H_{p,m} & H_{p,n} \\ H_{n,m} & H_{n,n} \end{bmatrix} \quad (\in R^{2m+2n\ \times\ 2l+2n}) \qquad (14)$$

$$B \triangleq \begin{bmatrix} H_{p,p} \\ H_{n,p} \end{bmatrix} \quad (\in R^{2m+2n\ \times\ 2m}) \qquad (15)$$

$$c \triangleq \begin{bmatrix} \left.\frac{\partial U}{\partial r_p}\right|_{r_{m0}, r_{p0}, r_{n0}} \\ \left.\frac{\partial U}{\partial r_n}\right|_{r_{m0}, r_{p0}, r_{n0}} \end{bmatrix} \quad (\in R^{2m+2n\ \times\ 1}) \qquad (16)$$

式(13)を満たす δr_m, δr_n が存在するときに限り，与えられた目標を実現する操作点パラメータが存在する．そこで，式 (13) の解 δr_m, δr_n が存在するか否かについて検討する．式 (13) の解の存在は，以下の通り判定できる．

[I] rank$A = 2m + 2n$ のとき

任意の $2m$ 次元ベクトル δr_p に対して，解 $\delta r_m, \delta r_n$ が存在する．このとき，解のベクトルの集合の張る空間の次元 は，$2l - 2m$ である．したがって，$l = m$のとき，解は一意に定まる．

[II] rank$A < 2m + 2n$ のとき

行列 A の階数と，行列 $[A,\ B\delta r_p + c]$ の階数が等しいとき，解が存在する．前者より後者が小さいときは，解が存在しない．

以上の議論より，与えられた操作点によって，与えられた布上の複数点をある点近傍の任意の場所へ位置決めするためには，$l = m$ つまり，位置決め点と同数の操作点が必要であることがわかる．また，行列 A および $[A,\ B\delta r_p + c]$ の階数を調べることで，与えられた位置決め点パラメータ (δr_p) を実現するような位置決め作業の可能性を判別できる．

5. おわりに

本報告では，布地などの間接的なマニピュレーションの定式化を行い，制御法を提案した．また，ある点近傍での位置決め操作の可能性について考察を行った．本研究は，柔軟物一般のマニピュレーションにおいても有用であると考える．

今後の課題としては，目標となる位置決め作業が与えられた場合に，それを実現するための，操作点の個数およびその配置を決定する手法の確立することが挙げられる．また，本報告と異なる条件の下での，位置決め作業に関する作業手法の決定方法も必要である．