変形形状制御のための編地のモデリング

Modeling of Knitted Fabrics for Their Deformation Control

○ 和田隆広　平野達也　正　平井慎一　正　川村貞夫（立命館大学）

Takahiro Wada, Tatsuya Hirano, Shinichi Hirai, and Sadao Kawamura

Ritsumeikan University, Noji-higashi 1-1-1, Kusatsu, Shiga, 525-77

Abstract: *A new approach to the modeling of knitted fabrics for their deformation control is proposed. First, a mathematical model of knitted fabrics is established considering shapes of knitted loops. Secondly, a method to reduce the number of parameters in the model is proposed.*

Keywords: deformable objects, modeling, knitted fabrics, clothes, deformation

1. はじめに

布地，紙，ゴムなどを対象とする製造工程は，作業の自動化が難しいとされている．とりわけ，衣服産業ではニット製品の自動生産が課題となっている．ニットは伸縮変形を起こしやすいため，他の布地と比べてその取り扱いが難しい．

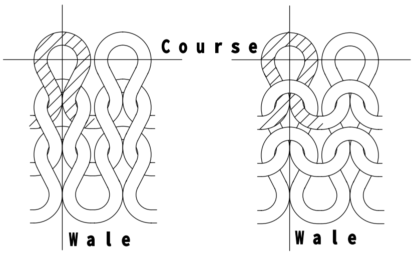
ニット製品の縫製作業において，編み目に針を挿入する工程がある．その工程では，編み目の位置および形状を制御した後に，編み目に針を挿入する必要がある．現在，この作業は熟練した作業者の手作業に依存している．自動化が難しい理由としては，ニットの伸縮変形の特性がほとんど明らかにされておらず，編み目の位置および形状を制御するための手法が確立されていないことが挙げられる．

本研究では，ニットのモデルを構築し，作業戦略を導くことを目標とする．本報告では，作業等に必要な，編み目の位置および形状が記述できるモデルを提案する．本モデルは，編み目の変形によってニットの変形を記述する点に特徴がある．また，ニットは多くの編み目から構成されていることを考慮に入れ，計算時間を短縮する手法を提案する．この手法では，代表的な編み目の形状を使って，他の編み目の形状を近似的に表現する．

本報告では，まずニットの編み組織について簡単に説明する．次に，編み目の変形形状を用いた，ニットの変形モデルを提案する．また，編み目形状の補間を用いた計算手法を提案する．提案する手法を用いた計算例を示し，実際のニットの変形との比較を行う．

2. ニットの編み組織

本報告では，編み構造を有する布地のことをニットと呼んでいる．基本的な編み構造である平編み [1] を Fig.1に示す．Fig.1-(a)，(b) はそれぞれ，平編み地の表，裏を表す．本報告では，平編み地を対象とする．Fig.1に示すように，ループの縦方向の列をwale，横方向の行をcourseという[1]．編み目のことはループとも呼ぶ．図中のハッチングの部分を1ループと呼ぶ．



(a) Face side　　(b) Reverse side

Fig.1: Loop structure of Plain knitted fabrics

3. ニットのモデリング

本節では，平編み地の数理モデルを提案する．ここで，編み地が編み組織を持つことに注意する．そこで，編み地の変形を，編み目の変形によって記述することを考える．

Fig.2に示すように，編み目の中心線を抜き出す．本報告では，布が2次元平面内でのみ変形を行うと仮定する．$O-xy$ を布が変形する平面に固定された空間座標とする．さらに，course，wale方向にそれぞれ，m，n 個のループをもつ布を扱うとする．図に示すように，第 i course，第 j waleの編み目を，第 (i,j) ループと定義する．図中の，x_i^0 と y_i^0 は第 $(i,1)$ ループの左端における空間座標値である．本報告では，個々のループの形状をモデリングする．そのために，Fig.3に示すように，第 (i,j) ループを取り出す．ループの左端から中心線に沿って測った距離を s と定義する．ここで，ループの長さが変化しないと仮定し，その長さを L で表す．第 (i,j) ループの，x 軸から測った座標 s における接線の角度を $\theta_{i,j}(s)$ と定義する．$x_{i,j}(s)$ および $y_{i,j}(s)$ は，第 (i,j) ループの距離 s における空間座標であり，以下で表現される．

$$\begin{bmatrix} x_{i,j}(s) \\ y_{i,j}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \int_0^s \cos\theta_{i,j}(s)ds + \sum_{k=1}^{j-1} \int_0^L \cos\theta_{i,k}(s)ds + x_i^0 \\ \int_0^s \sin\theta_{i,j}(s)ds + \sum_{k=1}^{j-1} \int_0^L \sin\theta_{i,k}(s)ds + y_i^0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

ここで x_i^0 および y_i^0 は第 $(i,1)$ ループの $s=0$ における空間座標値である．

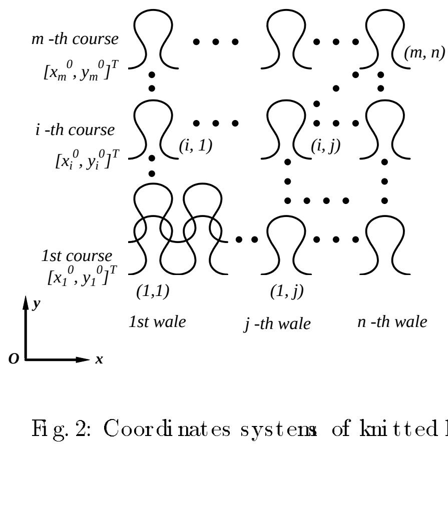


Fig.2: Coordinates systems of knitted loops

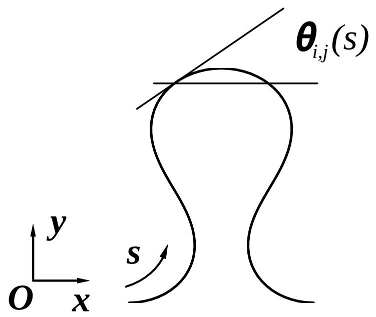


Fig.3: Coordinatessystemsof (i,j) -th loop

ニットは，複数の糸が絡み合って構成されている．絡まり部分における糸の挙動が，変形形状に強く影響する．そこで，編み目の糸どうしの絡まり部分の性質を次のようにモデリングする．Fig.4に示すように，第 (i,j) ループと 第 $(i-1,j)$ ループの絡み部分に着目する．糸が断面積方向へ変形することにより生じる2ループの干渉および，糸の接線方向に働く摩擦力を，それぞれ，Fig.5に示すような，糸の半径方向と，接線方向の2つのバネでモデル化できると仮定する [2]．

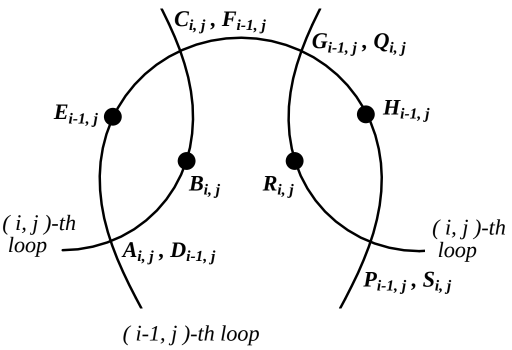


Fig.4: Cross points

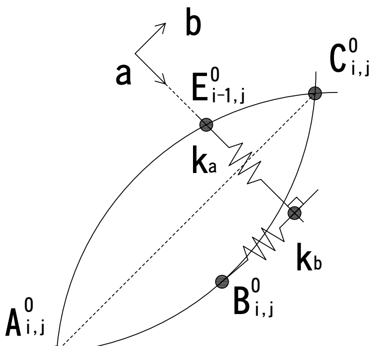


Fig.5: Spring model of cross points

ここで， $A_{i,j}$, $D_{i-1,j}$, $C_{i,j}$, $F_{i-1,j}$, $Q_{i,j}$, $G_{i-1,j}$, $S_{i,j}$, および $P_{i,j}$ は 第 $(i-1,j)$, (i,j) ループの絡み部分である．距離 $s_{Ai,j}$ および $s_{Di-1,j}$ を それぞれ，点 $A_{i,j}$ および $D_{i-1,j}$ における (i,j), $(i-1,j)$ ループの s 座標値とおく．距離 $s_{Ci,j}$ および $s_{Fi-1,j}$ を それぞれ，点 $C_{i,j}$ および $F_{i-1,j}$ における (i,j), $(i-1,j)$ ループの s 座標値とおく．次に，距離 $s=s_{Bi,j}$, $s=s_{Ei-1,j}$, $s=s_{Hi-1,j}$, $s=s_{Ri,j}$ を以下のように定め，対応するループ上の点を，図に示すように，$B_{i,j}$, $E_{i-1,j}$, $H_{i-1,j}$, $R_{i,j}$ とする．

$$s_{Bi,j} = \frac{1}{2}(s_{A,j} + s_{Ci,j}) \quad (2)$$

$$s_{Ei-1,j} = \frac{1}{2}(s_{Di-1,j} + s_{Fi-1,j}) \quad (3)$$

$$s_{Hi-1,j} = \frac{1}{2}(s_{Gi-1,j} + s_{Pi-1,j}) \quad (4)$$

$$s_{Ri,j} = \frac{1}{2}(s_{Qi,j} + s_{Si,j}) \quad (5)$$

点 $A_{i,j}$, $B_{i,j}$, $C_{i,j}$, および $E_{i,j}$の初期位置をそれぞれ，$A^0_{i,j}$, $B^0_{i,j}$, $C^0_{i,j}$, および $E^0_{i,j}$ とする．図に示すように，b および a をそれぞれ， $\overrightarrow{A^0_{i,j}C^0_{i,j}}$に平行な単位ベクトル，および$b$ に直交する単位ベクトルとおく．この2つのバネのポテンシャルエネルギ $U^{AC}_{i,j}$ は，次式で与えられる．

$$U^{AC}_{i,j} = \frac{1}{2}\Delta z^T_{i,j} K \Delta z_{i,j} \quad (6)$$

ここで，

$$\Delta z_{i,j} \triangleq [\ \left(B_{i,j}\vec{E}_{i-1,j} - B^0_{i,j}\vec{E}^0_{i-1,j}\right)^T a,$$

$$\left(B_{i,j}\vec{E}_{i-1,j} - B^0_{i,j}\vec{E}^0_{i-1,j}\right)^T b\ ]^T \quad (7)$$

$$K = diag\,[k_a, k_b] \quad (8)$$

である．k_a および k_b はそれぞれ， a および b 方向へのバネ定数である． 同様に，点 $Q_{i,j}$ および $S_{i,j}$ における2つのバネのポテンシャルエネルギ $U^{QS}_{i,j}$ が定められる．第 (i,j) ループ と 第 $(i-1,j)$ループの干渉によるバネのポテンシャルエネルギ $U^{spring}_{i,j}$ は，次式で与えられる．

$$U^{spring}_{i,j} = U^{AC}_{i,j} + U^{QS}_{i,j} \quad (9)$$

全ループのバネのポテンシャルエネルギ U^{spring} は以下で表現できる．

$$U^{spring} = \sum_{i=2}^{m}\sum_{j=1}^{n} U^{spring}_{i,j} \quad (10)$$

次に，糸の曲げ変形を定式化する．ここで，編み地が自然状態にあるとき，糸も自然状態であると仮定する．また，ループの任意の点における曲げモーメントが，その点における糸の曲率の自然状態からの変化分に比例すると仮定する．このとき，第 (i,j) ループの曲げによる弾性エネルギ$U^{bend}_{i,j}$ は以下で与えられる．

$$U^{bend}_{i,j} = \int_0^L \frac{1}{2} R_f \left(\frac{d\theta_{i,j}(s)}{ds} - \frac{d\theta^0_{i,j}(s)}{ds}\right)^2 ds \quad (11)$$

ここで， $\theta^0_{i,j}(s)$ は自然状態での角度 $\theta_{i,j}(s)$である．また，R_f は，糸の曲げ剛性である．全ループの曲げの弾性エネルギ U^{bend} は

$$U^{bend} = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} U^{bend}_{i,j} \quad (12)$$

で表現できる．全ループのポテンシャルエネルギ U が，絡み部におけるバネのポテンシャルエネルギと糸の曲げによるエネルギの和であると仮定する．つまり，

$$U = U^{spring} + U^{bend} \quad (13)$$

とおく．

ループの静的な形状は，Hirai ら [3] の方法により計算できる．この方法では，制約条件付き変分問題を解くために，関数を基底関数の線形和で近似している．ここでは，以下のように関数 $\theta_{i,j}(s)$ を 基底関数 $\phi_1(s)$ から $\phi_{n_b}(s)$ の線形和で展開する．ここで，n_bは基底関数の個数である．

$$\theta i,j(s) \triangleq \sum_{k=0}^{n_b} a_{i,j}^k \phi_k(s) = a_{i,j}^T \phi \tag{14}$$

ここで， $a_{i,j} = [a_{i,j}^1, a_{i,j}^2, \cdots, a_{i,j}^{n_b}]^T$ は 第 (i,j) ループの係数からなるベクトルであり， $\phi = [\phi_1, \phi_2, \cdots, \phi_{n_b}]^T$ は，基底関数ベクトルである． ポテンシャルエネルギ U を与えられた拘束条件の下で最小とするような，係数ベクトル $a_{i,j}$および 座標値 x_i^0, y_i^0 を求めることで，全ループの変形形状が計算できる．本研究では，ベクトル $a_{i,j}$および $\phi_{i,j}$をそれぞれ，ループパラメータ，およびループ関数と呼ぶことにする．

4. 不均一な変形形状の計算

4.1 計算方法

一般に，編み地は多くの編み目より構成されている．そのため，全てのループについて計算を行うには，非常に多くの時間を要する．そのため，ここでは計算時間を削減したモデルを提案する．和田ら [5] は，変形が均一な場合に適用可能な，計算手法を提案している．しかしながら，操り動作では布の不均一な変形を扱う場合が多い．そこで本節では編み地の不均一な変形を計算するための手法を提案する．ループ関数 $\phi(s)$ および ループパラメータ $a_{i,j}$は，それぞれ以下で与えられるとする．

$$\begin{aligned}\phi(s) &\triangleq [\sin\frac{2\pi}{L}s, \cdots, \sin\frac{2\pi}{L}ts, \cos\frac{2\pi}{L}s, \cdots, \cos\frac{2\pi}{L}ts \\ &\quad , s, 1]^T \quad \in R^{2t+2} \qquad (15)\\ a_{i,j} &\triangleq [a_{i,j}^1, a_{i,j}^2, \cdots, a_{i,j}^{2t+2}]^T \quad \in R^{2t+2} \qquad (16)\end{aligned}$$

ここで，第 (i,j) ループの サブループパラメータ $\hat{a}_{i,j}$を以下で定義する．

$$\hat{a}_{i,j} \triangleq [a_{i,j}^1, a_{i,j}^2, \cdots, a_{i,j}^{2t}]^T \quad \in R^{2t} \tag{17}$$

第 (i,j) ループ および 第 $(i,j+1)$ ループ $(i = 1,\cdots,m;\ j = 1,\cdots,n)$ は，以下の境界条件を満たさなければならない．

$$\begin{aligned}\theta_{i,j}(L) &= \theta_{i,j+1}(0), \qquad (18)\\ \frac{d\theta_{i,j}(L)}{ds} &= \frac{d\theta_{i,j+1}(0)}{ds} \qquad (19)\end{aligned}$$

つまり, 第 (i,j) ループの右端と，第 $(i,j+1)$ ループの左端において, 角度と曲率が一致しなければならない．

式 (15) を 式 (18) に代入し, 次式を得る．

$$\begin{aligned}a_{i,j+1}^{2t+2} &= [0,0,\cdots,0,1,1,\cdots,1]\,(\hat{a}_{i,j} - \hat{a}_{i,j+1}) \\ &\quad + a_{i,j}^{2t+1} L + a_{i,j}^{2t+2} \qquad (20)\end{aligned}$$

式 (15) を 式 (19) に代入し, 次式を得る．

$$\begin{aligned}a_{i,j+1}^{2t+1} &= \frac{2\pi}{L}[1,2,\cdots,t,0,0,\cdots,0]\,(\hat{a}_{i,j} - \hat{a}_{i,j+1}) \\ &\quad + a_{i,j}^{2t+1} \qquad (21)\end{aligned}$$

サブループパラメータ $\hat{a}_{i,j} (i = 1,\cdots,m,\ j = 1,\cdots,n)$ とループパラメータ $a_{i,1}^{2t+1}$ および $a_{i,1}^{2t+2}$ が既知であれば, 式 (20) ， 式 (21) を用いることにより，ループパラメータ $a_{i,j}^{2t+1}$ および $a_{i,j}^{2t+2}$ $(i = 1,2,\cdots,m;\ j = 2,3,\cdots,n)$ が計算できる．このとき，境界条件 (18) および (19) は必ず満たされる．

一般に，編み地は多くの編み目から構成されている．そのため，全てのループに対して計算を行うことは困難である．例えば，編み地が 10 × 10 であり，ループ関数の数が 8 の場合，ループパラメータ 800 個と，各 course の左端座標値 20 個の計 820 個から成る．しかしながら，多くの実際の作業において，隣り合う編み目を見た場合，編み目の形状が急に変化することはないと考えられる．このことは，ループの形状が，あるいくつかの代表的なループの形状を用いて近似的に表現できることを示唆している．そこで，本報告では，サブループパラメータを補間して，モデルパラメータを削減する手法を提案する．この方法では，Fig.6 に示すように，決められた 4 隅のループ（以下，代表ループと呼ぶ）のループパラメータを用いて，その内側にある全てのループのサブパラメータを表現する．代表ループの取り方を作業によって変化させることによって，モデルの精度を適切に上げることができる．本稿では簡単のため，布全体の 4 隅の代表ループのみを用いる場合について説明する．代表ループが複数個存在する場合にも，同様の方法が適用できる．ここで，ループ (1,1) ，(m,1) におけるループパラメータ $a_{1,1}$,$a_{m,1}$ ならびにループ (1,n) ，(m,n) におけるサブループパラメータ $\hat{a}_{1,n}$,$\hat{a}_{m,n}$ を代表ループパラメータと定義する．代表ループ以外のループパラメータ $a_{i,j}$ は，全て代表ループパラメータから計算することができる．この手法を用いると，計算時間が削減される．例えば，編み地が 10 × 10 であり，ループ関数の数が 8 の場合，代表ループパラメータの数と各 course の左端座標値の数の和は 48 個となり，パラメータの数が減少していることがわかる．それによって，計算時間が削減されると考えられる．

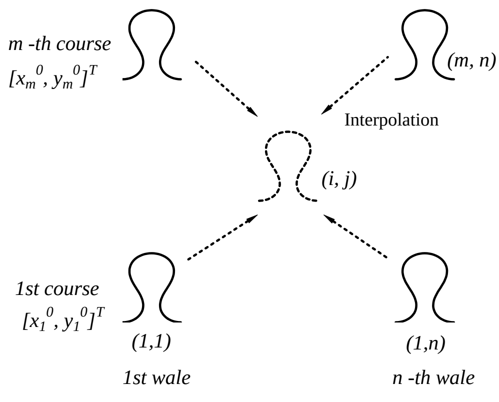


Fig.6 Interpolation of loop parameters

サブループパラメータ $\hat{a}_{i,j}$を，代表ループパラメータ $\hat{a}_{1,1}$, $\hat{a}_{1,n}$, $\hat{a}_{m,1}$ および $\hat{a}_{m,n}$ を用いた内挿によって表現する．

$$\begin{aligned}\hat{a}_{i,j} &= (1-\lambda_i)(1-\mu_j)\hat{a}_{1,1} + (1-\lambda_i)\mu_j\hat{a}_{1,n} \\ &\quad + \lambda_i(1-\mu_j)\hat{a}_{m,1} + \lambda_i\mu_j\hat{a}_{m,n} \qquad (22)\end{aligned}$$

また， 編み地の左端のループは以下を満たしていると仮定する．

$$a_{i,1} = (1-\lambda_i)a_{1,1} + \lambda_i a_{m,1}\ (k=0,1\cdots,m) \quad (23)$$

ここで，

$$\lambda_i \triangleq \frac{i-1}{m-1},\ \mu_j \triangleq \frac{j-1}{n-1} \quad (24)$$

である．式(21) に (22) を代入して，

$$\begin{aligned} a^{2t+1}_{i,j+1} &= \frac{2\pi}{L}\frac{1}{n-1}[1,2,\cdots,t,0,\cdots,0]\Lambda_i \\ &+ a^{2t+1}_{i,j} \end{aligned} \quad (25)$$

ただし，

$$\begin{aligned} \Lambda_i &\triangleq (1-\lambda_i)\hat{a}_{1,1} - (1-\lambda_i)\hat{a}_{1,n} \\ &+ \lambda_i \hat{a}_{m,1} - \lambda_i \hat{a}_{mn} \quad \in R^{2t} \end{aligned} \quad (26)$$

式 (15)，(16)，(22) を式 (18) に代入すると，

$$\begin{aligned} a^{2t+2}_{i,j+1} &= \frac{1}{n-1}[0,0,\cdots,0,1,1,\cdots,1]\Lambda_i \\ &+ a^{2t+1}_{i,j} L + a^{2t+2}_{i,j} \end{aligned} \quad (27)$$

式 (22)，(25) および (27) より，全てのループパラメータは 代表ループパラメータ $a_{1,1}$, $\hat{a}_{1,n}$, $a_{m,1}$, および $\hat{a}_{mn}$ から計算することができる．したがって，代表ループパラメータおよび各courseの左端座標を用いて， 式 (13) で表される編み地のポテンシャルエネルギ U を表現することができる．

4.2 計算結果

編み地を斜め方向へ引っ張った場合の変形形状の計算結果を，Fig.7 に示す．ただし，バネ定数および 曲げ剛性はそれぞれ，$k_a = 1.0$，$k_b = 0.01$ および $R_f = 1.0$ としている．さらに，幾何学的拘束条件として以下を適用している．

$$\begin{aligned} x_{1,1}(0) &= y_{1,1}(0) = 0 \\ x_{1,5}(s_{H_{1,5}}) &= 16.2 \\ y_{1,5}(s_{H_{1,5}}) &= 13.9 \end{aligned} \quad (28)$$

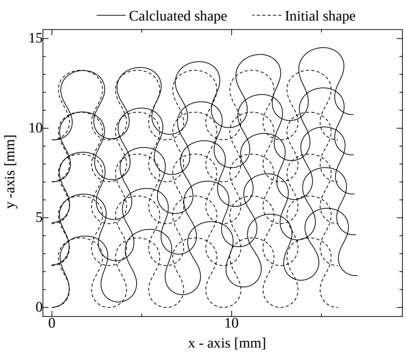


Fig.7: Calculated shapes

4.3 計算結果と実際の形状の比較

提案するモデルを用いた計算結果を実際の変形と比較する．Fig.7 で示した計算結果を，斜め方向へ引っ張った編み地の画像へ重ね合わせた結果をFig.8 に示す．この図を見てわかるように，モデル中で拘束を与えた点の付近ではモデルと実際の変形形状が一致しているが，遠い部分ではあまり一致してない．理由としては，実際のクランプの状態とモデルで計算した拘束条件が一致していないことが挙げられる．実際の変形では斜め方向へ線状にクランプしているが，モデル中では，式 (28) のような拘束条件を与えている．また，例えば第5 course のループの上側は自由端となっているが，実際には他のループからの拘束がある．これらの拘束条件をモデルで表現する方法を検討する必要がある．

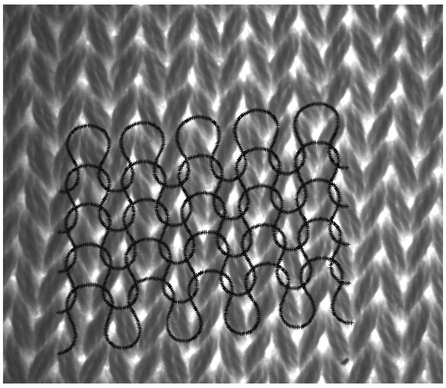


Fig.8: Computed shape superimposed on CCD image

5. おわりに

本報告では，編み構造に着目した，編地の変形を記述できるモデルを提案した．さらに，多くの編み目に対して計算を行う必要があることを解決するため，計算パラメータを削減するための手法を提案した．この手法では，代表的な編み目のループパラメータを用いて，他のループのパラメータを補間することにより，モデルパラメータを削減する．提案したモデルを用いて，斜め方向への引張変形の計算例を示した．また，計算結果と実際の変形との比較を行った．現段階では，実際に布へ与える拘束条件とモデルに与える拘束条件が一致していないため，モデルと実際の変形との間に誤差が生じる．実際に布に与える拘束条件をモデルに反映させる手法について検討する必要がある．

また，針などの点接触に近い状態で布地を変形させる場合に，大きな変形を与えると，隣り合う編み目でも急激な変化が生じる．このような場合には，モデルの精度が低下すると考えられる．このような問題を解決するためには，補間に用いる代表ループの数を増加させることが考えられる．例えば，力の作用する部分の付近で多くの代表ループを設定することが考えられる．また，作業に応じて代表ループを選択することで，その作業に必要な精度で変形を記述することが考えられる．この手法では，代表ループを決定する方法を検討する必要がある．さらに，実際の作業戦略を導くことも重要な課題である．

参考文献

1. 日本繊維機械学会編, “布の製造·性能及び物性 ”, 1988
2. 和田, 平野, 平井, 川村, “編構造を有する布地のモデリング ”, 第 14 回日本ロボット学会学術講演会予稿集, pp. 111-112, 1996
3. S. Hirai, H. Wakamatsu, and K. Iwata, “Modeling of Deformable Thin Parts for Their Manipulation ”, Proc. of ICRA, pp.2955 - 2960, 1994