

マニピュレーションのための線状物体の動的変形解析

Dynamic Deformation Analysis of String Objects for Their Manipulation

正 若松 栄史 (大阪大学)

学 松村 卓美 (大阪大学)

正 平井 慎一 (立命館大学)

正 荒井 栄司 (大阪大学)

Hidefumi WAKAMATSU, Osaka University, 2-1 Yamadaoka, Suita, Osaka 565

Takumi MATSUMURA, Osaka University

Shinichi HIRAI, Ritsumeikan University, 1-1-1 Noji-higashi, Kusatsu, Shiga 525-77

Eiji ARAI, Osaka University

An approach to analysis of dynamic deformation of string objects such as wires is presented. It is important because dynamical effects can not be neglected in fast manipulation of such deformable objects and dynamic deformation of them is often utilized in order to manipulate them successfully. Firstly, the potential energy and the kinetic energy of a string object are formulated by use of Eulerian angles. Secondly, the equations of motion are derived by use of Hamilton's principle and Euler's approach. Thirdly, a procedure to compute the shape of string objects which deform dynamically is presented. Finally, a numerical example of 3-dimensional dynamic deformation is shown.

Key words : deformation, deformable objects, manipulation, dynamics

1. 緒言

変形しやすい物体のマニピュレーションは、現在、生産現場において自動化が困難な作業のひとつである。そのような作業では、物体の変形形状の予測が、作業遂行のための大きな要因になると考えられる。特に、作業の高速化を考慮した場合、動的効果を含めた変形形状予測が重要となる。また、人間が変形しやすい物体のマニピュレーションを行なう際には、物体の静的変形のみでなく、動的変形を積極的に利用して作業を効果的に進める場合がある。例えば、Fig.1-(a)のような初期状態のものをFig.1-(b)のようにする場合、Fig.1-(c)のように端点Aを操ることで端点Bを把持することなく移動させることができる。これは、物体の動的変形を考慮することによって得られる操作である。そこで本報告では、変形しやすい物体としてコードや針金のような線状物体を取り上げ、その動的変形について解析を進める。

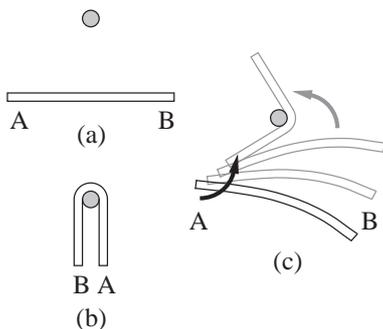


Fig. 1 Example of manipulation utilizing dynamic deformation

2. 線状物体の動的変形形状の定式化

本報告では、線状物体には弾性変形のみが生じると仮定し、物体にはたらく粘性の影響は無視できるものとする。また、物体は中心軸方向には伸縮しないものとし、変形としては曲げ・ねじれ変形のみを考える。この時、ハミルトンの原理とオイラーの変分原理により線状物体の運動方程

式を導く。

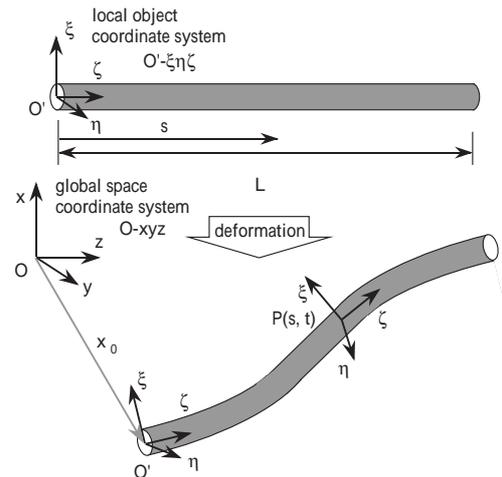


Fig. 2 3-dimensional deformation of string object

2.1 幾何形状の表現

Fig.2に示すような長さ L の直線状物体の三次元空間内での変形を定式化する。物体の一方の端点に物体座標系 $O'-\xi\eta\zeta$ の原点をとる。そこから物体に沿った距離を s で表し、その点における中心軸方向に ζ 軸を、また、初期状態（無変形状態）において、空間座標系 $O-xyz$ の x 軸、 y 軸に一致するように ξ 軸、 η 軸を定める。変形による物体座標系の空間座標系に対する回転をオイラー角 $\phi(s,t)$ 、 $\theta(s,t)$ 、 $\psi(s,t)$ を用いて表すと、ある時間における物体上のある点 $P(s,t)$ の位置 $\mathbf{x}(s,t) = [x(s,t), y(s,t), z(s,t)]^T$ は、次のように与えられる。

$$\mathbf{x}(s,t) = \mathbf{x}_0 + \int_0^s \begin{bmatrix} \sin \theta \cos \phi \\ \sin \theta \sin \phi \\ \cos \theta \end{bmatrix} ds \quad (1)$$

ここで、 $\mathbf{x}_0 = [x_0(t), y_0(t), z_0(t)]^T$ は時間 t における物体座標系 $O'-\xi\eta\zeta$ の原点の位置とする。

2.2 エネルギーの定式化

線状物体の時間 t におけるポテンシャルエネルギー $U(t)$ は、次式のように表すことができる。

$$U(t) = \frac{R_f}{2} \int_0^L \kappa^2 ds + \frac{R_t}{2} \int_0^L \chi^2 ds \quad (2)$$

ここで、 R_f は曲げ剛性、 R_t はねじり剛性である。また、 κ は曲率、 χ はねじれ率であり、オイラー角を用いてそれぞれ次のように表せる。

$$\begin{aligned} \kappa^2 &= \theta'^2 + \phi'^2 \sin^2 \theta \\ \chi^2 &= (\psi' + \phi' \cos \theta)^2 \end{aligned}$$

ここで、 θ' などは s に関する偏微分を表すものとする。

次に、時間 t における物体の運動エネルギー $T(t)$ は、次式のように表すことができる。

$$T(t) = \frac{\rho}{2} \int_0^L v^2 ds + \frac{I_1}{2} \int_0^L \omega_1^2 ds + \frac{I_2}{2} \int_0^L \omega_2^2 ds \quad (3)$$

ここで、 ρ は単位長さあたりの質量、 I_1 は中心軸に垂直な軸回りの慣性モーメント、 I_2 は中心軸回りの慣性モーメントである。また、 v は速度ベクトル、 ω_1 は中心軸方向の回転の角速度、 ω_2 は中心軸回りの回転の角速度であり、それぞれ次のように表せる。

$$\begin{aligned} v^2 &= \dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2 \\ \omega_1^2 &= \dot{\theta}^2 + \dot{\phi}^2 \sin^2 \theta \\ \omega_2^2 &= (\dot{\psi} + \dot{\phi} \cos \theta)^2 \end{aligned}$$

ここで、 $\dot{\theta}$ などは t に関する偏微分を表すものとする。

2.3 運動方程式の導出

ハミルトンの原理により、物体の動的変形形状は、以下の式を最小化することによって求められると考えられる。

$$V = \int_{t_1}^{t_2} \left\{ T - U + \left(\int_0^L \lambda \cdot g ds \right) \right\} dt \quad (4)$$

ここで、 $\lambda = [\lambda_x, \lambda_y, \lambda_z]^T$ はラグランジュの未定関数であり、 g は次式で表される変数間の制約である。

$$g = \begin{bmatrix} x' - \sin \theta \cos \phi \\ y' - \sin \theta \sin \phi \\ z' - \cos \theta \end{bmatrix} \quad (5)$$

関数ベクトル $\alpha(s, t) = [\phi, \theta, \psi, x, y, z, \lambda_x, \lambda_y, \lambda_z]^T$ を定義し、 $p_k = \alpha_k'$ 、 $q_k = \dot{\alpha}_k$ とおくと、オイラーの変分原理により、運動方程式は

$$\frac{\partial F}{\partial \alpha_k} - \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{\partial F}{\partial p_k} \right) - \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial F}{\partial q_k} \right) = 0, \quad (k = 1, 2, \dots, 9) \quad (6)$$

で与えられる。ここで、 $F = T' - U' + \lambda \cdot g$ とする。

3. 計算アルゴリズム

関数ベクトル $\alpha(s, t)$ の t に関する 2 回偏微分 $\ddot{\alpha}(s, t)$ を、次のように s に関する基底関数 $e_i(s)$ ($i = 1, 2, \dots$) の線形和に展開する。

$$\ddot{\alpha}_k(s, t) = \sum_i a_i^k \cdot e_i(s), \quad (k = 1, 2, \dots, 9) \quad (7)$$

$\alpha(s, t)$ 、 $\dot{\alpha}(s, t)$ の値が既知であれば、(6) 式で表される運動方程式は係数 a_i^k に関する連立方程式となり、これを解くことによって時間 t における $\ddot{\alpha}(s, t)$ を求めることができる。さらにルンゲ・クッタ法を用いることにより $\alpha(s, t + \Delta t)$ 、 $\dot{\alpha}(s, t + \Delta t)$ の値を決定できる。以上の手順を繰り返すことによって、線状物体の動的変形形状を求めることができる。

4. 数値計算例

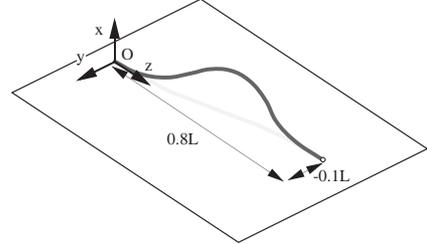


Fig. 3 Example of string object deformation

例として長さ L の線状物体の変形を考える。初期状態において物体には Fig.3 に示すような制約条件が加えられているものとする。これを式で表すと以下ようになる。

$$x_0(0) = \mathbf{o} \quad (8)$$

$$x(L, 0) = [0, -0.1L, 0.8L]^T \quad (9)$$

$$[\phi, \theta, \psi]^T(0, 0) = [\phi, \theta, \psi]^T(L, 0) = \mathbf{o} \quad (10)$$

この時の静的変形形状は、与えられた条件下でポテンシャルエネルギー U を最小化することにより求めることができる⁽¹⁾。以上の状態から (9), (10) 式で表される制約を取り除き、その後の物体の動的変形形状を求める。ここで、 $R_f = 100$ 、 $R_t = 70$ 、 $\rho = 10$ 、 $I_1 = 1.0$ 、 $I_2 = 2.0$ 、 $\Delta t = 1.0 \times 10^{-3}$ とする。この線状物体の動的変形形状の数値計算結果を Fig.4 に示す。

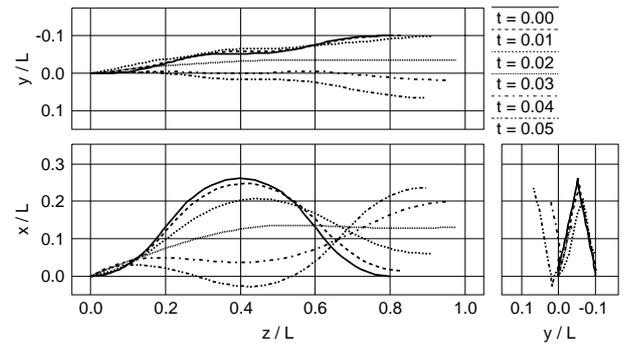


Fig. 4 Computational result

5. 結論

本報告では、線状物体のポテンシャルエネルギーと運動エネルギーとを定式化し、物体の運動方程式を導出した。次にこの運動方程式を用いて、3次元的に変形する線状物体の動的変形形状を数値的に求めた。

【参考文献】

(1) H. Wakamatsu, S. Hirai, and K. Iwata : Modeling of Linear Objects Considering Bend, Twist, and Extensional Deformation, Proc. IEEE Int. Conf. Robotics and Automation, pp.433-438 (1995).