

レオロジー物体の形状変形モデリング

Deformation Modeling of Rheologic Objects

正 平井 慎一，徳本 真一，藤田 欣晃
(立命館大学 ロボティクス学科)

Shinichi HIRAI, Shinichi TOKUMOTO, and Yoshiaki FUJITA
Dept. Robotics, Ritsumeikan Univ, Kusatsu, Shiga 525-8577

A new approach to the deformation modeling of rheologic objects for their shape control is presented. First, viscoelastic elements are investigated to select an appropriate model for the modeling. Second, we a nonlinear damper (NLD) is introduced to simulate the behavior of rheological objects. Rheological objects are then modeled as a lattice structure with nonlinear viscoelastic elements. Model parameters of a rheological object are estimated through a creep experiment. Finally, we will compare the behavior of an actual rheological object and that of an identified model to demonstrate the validity of the proposed model.

Key Words: deformable objects, modeling, deformation, rheology, viscoelasticity

1. はじめに

食品産業における，生地やペースト，食肉等の成形は，現在でも人手に頼る部分が多い工程であり，衛生面ならびにコスト面の観点から自動化が望まれている．生地やペースト，食肉などの物体は，粘弾性特性を示すとともに，残留変形が大きいという特性を有する．このような物体をレオロジー物体とよび，その成形作業の実現が本研究の目的である．レオロジー物体の成形制御を行うためには，あらかじめコンピュータ上で，物体の変形挙動を評価することが有効である．そこで本報告では，レオロジー物体のモデリングと変形シミュレーションについて考察する．

2. レオロジー要素の選択

本節では，レオロジー物体の変形特性を表す力学モデルについて考察する．レオロジー物体の力学的性質を表現するために，弾性要素と粘性要素を導入する．これら2つの基本要素を直列あるいは並列に，複数結合することにより，粘弾性モデルを構築することができる．Fig.1-(a),(b)は，弾性要素と粘性要素をそれぞれ直列，並列に接続して得られるモデルである．Fig.1-(c)～(h)は3個の基本要素から成るモデル，Fig.1-(i)～(n)は4個の基本要素から成るモデルである．5個以上の基本要素から成るモデルも，構築することができる．

レオロジー物体に力を加えると変形が生じ，後に力を0に戻すと変形量が減少する．力を0に戻すとき減少する変位を戻り変位，力を0に戻したときの定常変位を残留変位と呼ぶ．レオロジー物体は，(A) 残留変位を有する．(B) 戻り変位を有する．(C) 振動が減衰する．という三つの特性を有する．Fig.1に示した粘弾性モデルが，上記の条件を満たすか否かを調べる．粘弾性モデルは，基本要素を直列，あるいは並列に接続した形で与えられる．並列接続を構成する要素はすべて，同じ変位を持つ．そこで，同じ変位を有する基本要素の集合を部と呼ぶ．粘弾性モデルは，部の直列結合とみなすことができる．部は，残留変位を有する残留変形部と，残留変位が0である非残留変形部に分類することができる．このとき，粘性要素のみから成る残留変形部は戻り変位を持たないことがわかる．一方，弾性要素を含む残留変形部ならびに非残留変形部は，戻り変位を有する．また，弾性要素が部内に単独で存在する部には，単振動が生じる．したがって，レオロジー物体における上述の三つの特性は，(A) 残留

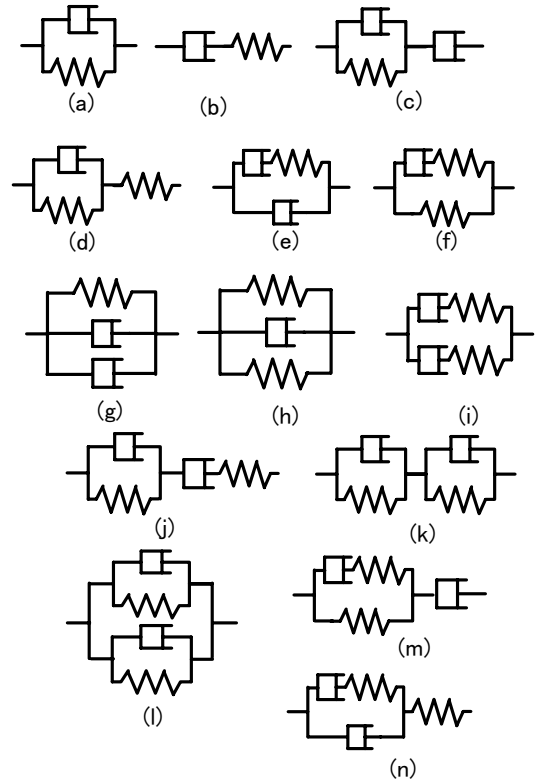


Fig.1: Viscoelastic elements

変形部を有する．(B) 非残留変形部もしくは弾性要素を含む残留変形部を有する．(C) 弾性要素が部内で単独に存在しない．と書くことができる．これら3つの条件を満たす粘弾性要素を選択し，レオロジー物体のモデリングに用いる．すべての条件を満たす粘弾性要素は，(c),(e),(m)である．モデリングにおいて，要素数はできる限り少ないほうが良い．したがって，3要素モデル(c)あるいは(e)が適切である．

次に，Fig.1-(c)に示す3要素モデルを例に，粘弾性モデルの定式化を示す．Fig.2に示すように，座標系の原点を0とする．3要素モデルの両端の座標を P_{n-1} ， P_n とする．

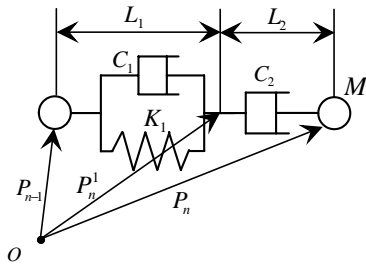


Fig.2: Formulation of three element model

3要素モデルの非残留変形部のバネ定数を K_1 , ダンパー定数を C_1 , 残留変形部のダンパー定数を C_2 とする。さらに, 非残留変形部の自然長を L_1 , 残留変形部の自然長を L_2 , 両端の質量を M とする。さらに, $d_n = P_n - P_{n-1}$ と定義する。残留変形部と非残留変形部の結合点の座標を P_n^1 とする。3点 P_{n-1}, P_n^1, P_n は直線上に存在するので, P_n^1 はパラメータ k を用いて, $P_n^1 = kd_n + P_{n-1}$ と表現できる。点 P_n に作用する力を F_e とする。力 F_e は非残留変形部にかかる力と等しいので,

$$F_e = -C_1 \frac{d}{dt} \{k|d_n|\} \frac{d_n}{|d_n|} - K_1(k|d_n| - L_1) \frac{d_n}{|d_n|}. \quad (1)$$

また, 力 F_e は残留変形部にかかる力と一致する。したがって,

$$F_e = -C_2 \frac{d}{dt} \{(1-k)|d_n|\} \frac{d_n}{|d_n|}. \quad (2)$$

質点 P_n に働く外力を F_a とすると, 質点 P_n の運動方程式は,

$$M\ddot{P}_n = F_e + F_a. \quad (3)$$

式 (1)(2)(3) が, 3要素モデルの運動方程式を与える。(1)(2) 式から F_e を消去すると, パラメータ k を導出することができる。パラメータの値より 3要素モデルにかかる力を計算することができ, 質点 P_n の運動を計算することができる。なお, 他の粘弾性モデルに対しても, 同様の定式化が可能である。

3. 非線形ダンパーを用いた粘弾性モデル

Fig.1に示す粘弾性モデルには, 力を作用させる限り変形が続くという問題点がある。たとえば, パン生地の上に軽い物体を置く場合を想定する。このとき, パン生地に変形は生じない。しかし, この粘弾性モデルでは, 残留変形部のダンパーが伸縮し続け, 結果として変形を生じる。これは, 残留変形部のダンパーが, 線形であることに起因する。そこで, この問題を解決するために, 非線形ダンパー (nonlinear damper. 以下 NLD と略記) を導入する。

十分力が小さい場合に変形が生じないためには, 粘性の値が大きくなってはならない。そこで, 力が大きい場合には粘性要素の値が小さく, 力が小さい場合には粘性要素の値が大きくなるような, NLD を導入する。NLD に生じる力の大きさを f で表し, NLD のダンパー係数を $C(f)$ とする。たとえば, $C(f)$ を次のように定める。

$$C(f) = \begin{cases} C_{max} & (f < F_0) \\ e^{A+Bf} & (F_0 \leq f \leq F_1) \\ C_{min} & (F_1 < f) \end{cases}$$

ここで A, B, F_0, F_1 は適当な定数である。ダンパー係数の最大値は $C_{max} = e^{A+BF_0}$, 最小値は $C_{min} = e^{A+BF_1}$ で与えられる。最大値 C_{max} の値は十分に大きいとする。

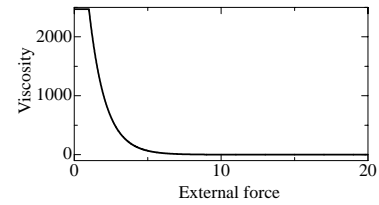
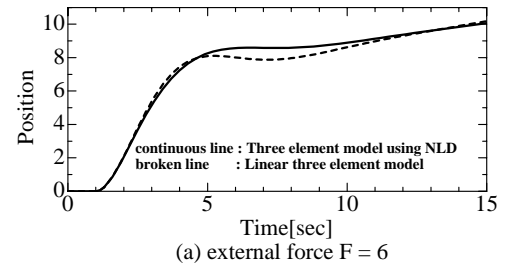
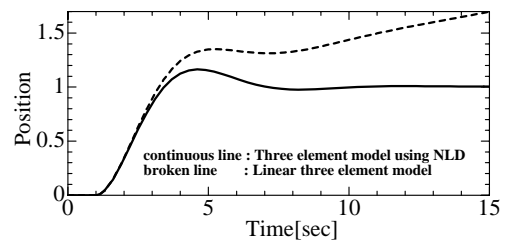


Fig.3: Viscosity of nonlinear damper



(a) external force $F = 6$



(b) external force $F = 1$

Fig.4: Deformation of linear three element model and nonlinear three element model

ここで, Fig.1(c) に示す 3要素モデルを例に取り, 線形 3要素モデルと, 残留変形部に NLD を用いた 3要素モデルを比較する。線形 3要素モデルのパラメータは $K_1 = 1, C_1 = 1, C_2 = 27, M = 1$ である。NLD のモデルパラメータは, $A = 8.715, B = -0.904, F_0 = 1, F_1 = 10$ である。このときの力 f と NLD の粘性係数 $C(f)$ の関係を Fig.3に示す。Fig.4に, 線形 3要素モデルに対するステップ応答と, NLD を用いた 3要素モデルに対するステップ応答を示す。図中の実線は, NLD を用いた 3要素モデルの応答, 破線は線形 3要素モデルの応答を示す。Fig.4(a) は, 入力 F の大きさが 6 のときの応答, Fig.4(b) は, 入力 F の大きさが 1 のときの応答である。力の大きさが 6 の場合, NLD を用いた 3要素モデルの応答は, 線形 3要素モデルの応答とほぼ同じである。一方, 力の大きさが 1 の場合, 線形 3要素モデルは変形し続けるのに対して, NLD を用いた 3要素モデルは一定の値に収束する。以上のように, NLD を導入することにより, 実際のレオロジー物体に近い挙動を得ることができる。

4. レオロジー物体の格子構造モデル

レオロジー物体の成形作業において, 物体は空間的な変形を伴う。したがって, 成形作業のシミュレーションのためには, レオロジー物体の 3次元変形モデルを構築することが必要である。本報告において, レオロジー物体の物体モデルとして, 格子構造モデルを採用する。格子構造モデルにおいては, まず, 格子の単位長さを設定する。次に, その単位長さにより, レオロジー物体を空間 3軸方向に等間隔に分割し, 物体内部の格子点に質点を配置する。次に, すべての隣り合った質点間に非線形粘弾性モデルを配置する。すなわち, 非線形粘弾性モデルを, 縦, 横, 斜め方向に配置する。物体の粘弾性変形は, 配置した非線形粘弾性モデルの変形によって表現する。

5. レオロジー物体のモデル同定

非線形粘弾性モデルの各パラメータを求めるためには、荷重に対する変形を計測する必要がある。そこで、粘弾性計測装置を用いて、レオロジー物体に対するクリープ試験を行う。クリープ試験では、レオロジー物体に一定荷重を加え、ある時間が経過した後に除重する。荷重を加えているとき、ならびに除重した後のレオロジー物体の変位を計測する。

モデル同定の観点から、3要素モデル Fig.1-(c),(e) のどちらが適当かを考察する。NLD は残留変形部に導入される。Fig.1-(c) に示すモデルでは、右側の粘性要素に NLD を導入する。このとき、モデルに生じる変位の中で、左側の非残留変形部が寄与する割合と NLD が寄与する割合が、外力の大きさによって異なる。したがって、同定試験において、適切な外力を与えることにより、非残留変形部の挙動と NLD の挙動を分離することができる。Fig.1-(e) に示すモデルでは、二つの粘性要素の少なくとも一方に NLD を導入する必要がある。このモデルは、1つの部から成っているため、NLD の挙動とそれ以外の部分の挙動とを分離することができない。モデル同定においては、NLD の挙動とそれ以外の部分の挙動を分離することが望ましい。そこで、Fig.1-(c) に示す3要素モデルを選択する。

レオロジー物体のパラメータ同定は、以下の手順で行う。試験物体として、直方体のレオロジー物体を用いる。初期形状における上面の面積を S_0 、高さを h_0 とする。また、クリープ試験において、物体に作用させる一定荷重を W とする。

Step 1. 応力の算出

まず、試験物体に作用する力を、上面に作用する応力 $P(t)$ に換算する。クリープ試験時の上面の面積を $S(t)$ 、高さを h とする。クリープ試験では、荷重 W 、面積 S_0 、高さ h_0 の値は既知であり、高さ $h(t)$ の値は、計測する変位の値より求めることができる。レオロジー物体の体積が変化しないと仮定すると、応力 $P(t)$ は、

$$P(t) = \frac{W}{S_0 h_0} h(t) \quad (4)$$

より求めることができる。

Step 2. 線形部の同定

応力 $P(t)$ の値が小さいとき、NLD のダンパー係数 $C_2(P)$ は大きくなり、結果として NLD の変位は小さくなる。したがって、応力が小さい状態から除重すると、除重後の挙動は、主に非残留変形部のパラメータ K_1, C_1 に依存する。除重した時刻を 0、除重直前に物体に作用している応力を P_0 、除重後の時刻 t における戻り変位を $x(t)$ とすると、

$$x(t) = \frac{P_0}{K_1} \{1 - \exp(-\frac{K_1}{C_1}t)\}. \quad (5)$$

クリープ試験の結果より、除重直前の応力 P_0 と除重後の戻り変位 $x(t)$ を求める。最小二乗法を用いて、線形部のパラメータ K_1, C_1 を求める。

Step 3. NLD の同定

線形部のパラメータ K_1, C_1 が同定できれば、荷重時の応力 $P(t)$ を (5) 式に代入することによって、荷重時における線形部の変位を求めることができる。次に、変位の計測値から非残留変形部による変位を引くことにより、NLD の変位を求める。変位を微分することにより、NLD の速度 $v(t)$ を計算する。NLD の粘性係数 $C_2(P)$ は、 $C_2(P(t)) = P(t)/v(t)$ から求めることができる。以上のような方法で、非線形3要素モデルの各パラメータ C_1 、

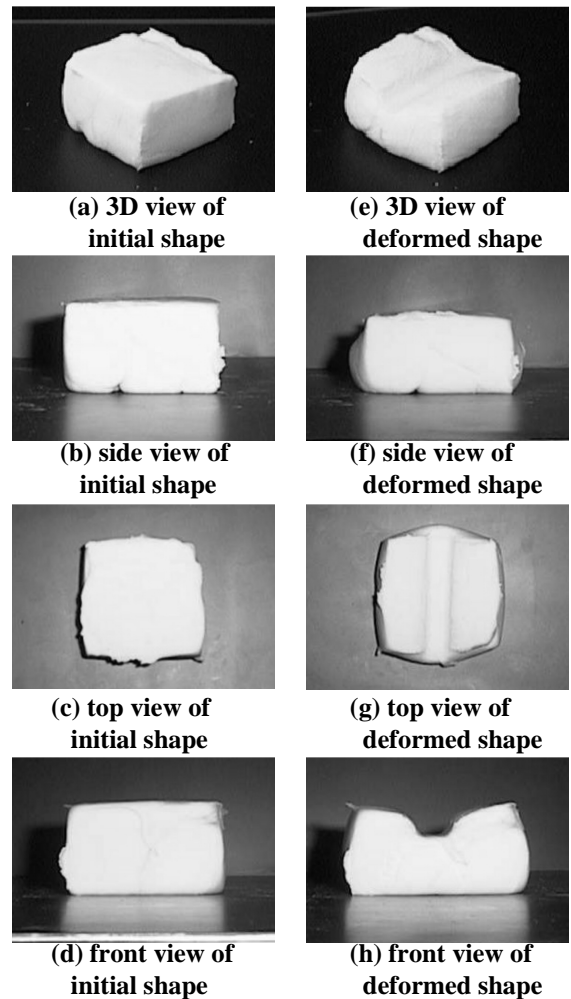


Fig.5: Deformation of actual reologic object

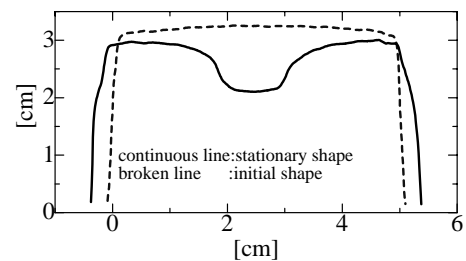


Fig.6: Cross section of deformed reologic object

$K_1, C_2(P)$ の値を荷重ごとに算出し、平均値を取ることによりパラメータ値を決定する。

6. レオロジー物体モデルの評価

本節では、レオロジー物体の変形実験と変形シミュレーションを比較することにより、提案するモデリング手法を評価する。変形実験では、エンドエフェクターを取りつけたロボットマニピレータを上から押し付けることにより、レオロジー物体を変形させる。エンドエフェクターは幅 1cm の板である。レオロジー物体は、小麦粉と水を 3:1 の重量比で混ぜ合わせ練った物体であり、その初期形状は $5\text{cm} \times 5\text{cm} \times 3\text{cm}$ の直方体である。まず、エンドエフェクターを垂直下方向に、速度 1cm/s で移動させ、レオロジー物体の中央部に接触させる。次に、さらに 1cm 垂直下方向に押し付けて、その状態で 30 秒間保つ。その後、垂直上方向にエンドエフェクターを移動さ

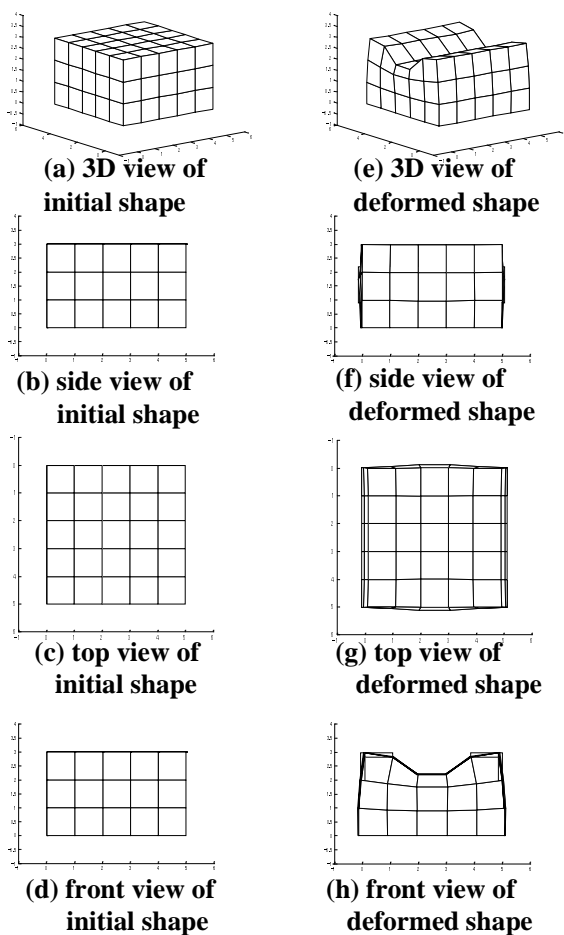


Fig.7: Deformation of three-dimensional model for displacement input

せ、レオロジー物体との接触状態を解放する。以上の変形作業において、レオロジー物体の初期形状と変形形状を撮影する。撮影結果を、Fig.5に示す。Fig.5-(a)~(d)は初期形状であり、Fig.5-(e)~(h)は変形後の形状である。Fig.5-(a),(e)は斜め上方から見た図である。Fig.5-(b),(f)は側面図、Fig.5-(c),(g)は上面図、Fig.5-(d),(h)は正面図である。あわせて、初期形状と変形形状の断面形状を、レーザー変位計によって計測する。断面形状の計測結果を、Fig.6に示す。破線が初期形状であり、実線が変形形状である。図から、レオロジー物体の中央上部が下に押し付けられることによって、物体が前後左右に引き伸ばされると同時に、上部側面は、押し下げられた中央上部に引っ張られるように変形していることがわかる。また、エンドエフェクターを引き離れた後、1cm下に押え付けられていた中央上部に、若干戻り変位が生じていることが、Fig.6よりわかる。

提案するモデリング手法を用いてレオロジー物体の3次元モデルを構築し、変形シミュレーションを行う。モデルパラメータの同定試験においては、 $1\text{cm} \times 1\text{cm} \times 1\text{cm}$ の試験物体を用いた。そこで、格子の単位長さを 1cm とする。実験に用いたレオロジー物体をモデル化すると、 $6 \times 6 \times 4$ の質点から成る格子構造が得られる。非線形3要素モデルは、全ての隣り合った質点間に配置される。変形実験と同じように、レオロジー物体の中央上部を押し下げた場合の変形をシミュレートする。ここでは、モデルの中央上部の12点を下に押し下げることにより、接触による変形を模擬する。すなわち、 $(0,2,3) \sim (5,2,3)$ に対応する6点の格子点と、 $(0,3,3) \sim (5,3,3)$ に対応する6点

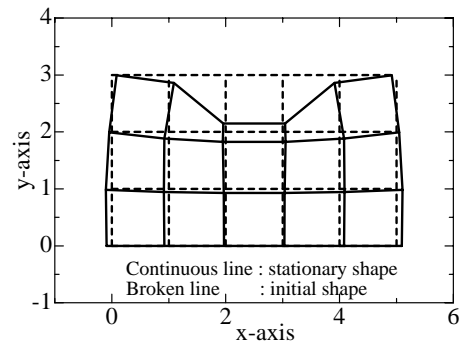


Fig.8: Cross section of deformed two-dimensional model for displacement input

の格子点を、速度 1cm/s で一瞬間、強制的に下に押し下げ、30秒間その状態を保つ。その後、この12点を解放する。シミュレーション結果を、Fig.7に示す。Fig.7-(a)~(d)は初期形状、Fig.7-(e)~(h)は変形後の形状である。Fig.7-(a),(e)は斜め上方から見た図、Fig.7-(b),(f)は側面図、Fig.7-(c),(g)は上面図、Fig.7-(d),(h)は正面図である。また、Fig.8に、初期形状と定常状態におけるモデルの断面形状を示す。実線が定常状態の変形形状で、破線が初期形状である。Fig.7から、中央上部が下に押されることによって、モデルの前後左右が広がる事がわかる。Fig.8から、上部側面が中央上部に引っ張られるように変形していることがわかる。さらに、Fig.8ならびにFig.7-(h)より、中央上部の12点を解放した後は、それらの点において、戻り変位が生じていることがわかる。

実際の変形とシミュレーション結果を比較すると、変形量に対して若干の違いが見られる。一方、変形形状は、相似している。以上のことから、レオロジー物体がどのように変形するかを推定する上で、このモデルは有効であると考えられる。

7. おわりに

本報告では、レオロジー物体の成形制御を行うことを目的として、レオロジー物体のモデリング法を提案した。結論として、以下の三点が得られた。(1)レオロジー物体のモデリングには、非線形3要素モデルを有する3要素モデルが適切である。(2)格子構造モデリングにより、レオロジー物体の変形プロセスをシミュレーションすることができる。(3)クリープ試験を通して、非線形3要素モデルのパラメータを同定することができる。以上のことから、本論文で提案するレオロジー物体のモデリング手法は、レオロジー物体の成形作業に対して有用であると考えられる。成形作業方策の導出が今後の課題である。

【参考文献】

- (1) Tokumoto, S., Fujita, Y., and Hirai, S., *Deformation Modeling of Viscoelastic Objects for Their Shape Control*, Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, Vol.1, pp.767-772, Detroit, May, 1999