

形状制御のための粘弾性物体の変形モデリング

○徳本真一 藤田欣晃 平井慎一
(立命館大学 ロボティクス学科)

Deformation Modeling of Viscoelastic Objects for Their Shape Control

*Shinichi Tokumoto, Yoshiaki Fujita, and Shinichi Hirai :Ritsumeikan University

Abstract— A new approach to the deformation modeling of viscoelastic objects for their shape control is presented. Manipulative operations of viscoelastic objects can be found in many industrial fields such as food industry and medical product industry. Automatic operations of viscoelastic objects are eagerly required in these fields. Since viscoelastic objects deform during operation processes, it is necessary to simulate the behavior of the objects and to estimate their deformation for the automatic operations. Consequently, a model of a viscoelastic object is needed for the simulation and the estimation of its deformation.

We will propose a lattice structure based modeling method for viscoelastic object deformation. First, behavior of four element models is briefly explained. Second, a viscoelastic object is modeled as a lattice structure, where mass points are connected through four element models. We will simulate shape deformation of the model when displacement input and force input are applied to it. Validity of the model is then discussed. Next, we will introduce a nonlinear damper(NLD) into a four element model in order to solve a discrepancy between an actual viscoelastic object and its linear model. Comparing the behavior of the two models, we will show the validity of the model using NLD's.

Key Words: modeling, viscoelasticity, deformation, four element model

1. はじめに

現在、様々な分野において、粘弾性物体を取り扱う作業を見つけることができる。たとえば、食品加工には、パン生地やピザ生地の成形工程が存在する。医療分野では、生体をハンドリングする作業がある。生地や生体などの粘弾性物体を扱う作業は、物体の大きな変形を伴うため、人間によって行われる部分が多い。たとえば、ピザ生地の成形工程では、最終的な成形は、人間が行っている。一方、食品や生体を対象とする作業は、コスト面や衛生面から自動化が望まれている。粘弾性物体を取り扱う自動機械を開発し、成形などの作業戦略を導き出すためには、粘弾性物体のモデリングと、変形シミュレーションの実現が重要である。

粘弾性物体のモデリングは、コンピュータ・グラフィックスやバーチャル・リアリティーの分野で研究されている。Terzopoulosらはコンピュータ・グラフィックスの分野で、粘弾性物体のモデリングのための手法を提案している¹⁾。Joukheaderらは、変形制御にモデリングの手法を提案し、変形物体間の衝突のシミュレーションを行った²⁾。Chaiらは、コンピュータによって仮想物体の変形を模擬するバーチャル・リアリティーシステムの開発を提案している³⁾。これらの研究において、変形の力学的解析は不十分であり、成形作業の解析は難しい。また、近年の柔軟物体のハンドリング操作について、研究が進められている。Taylorらは、衣服や靴などの変形部分の自動ハンドリングについての研究を行っている⁴⁾。ZhengやChenは、ホールに変形梁を挿入するための方法を提案した⁵⁾。和田らは、伸縮性のある衣服の位置操作のための制御即を提案している⁶⁾。これらの研究は主に、弾性物体を扱っており、粘弾性物体はほとんど扱われていない。

本研究では、粘弾性物体のモデルとして、4要素モデル⁷⁾の格子構造を提案する。まず、4要素モデルに

いて説明し、次に4要素モデルを配置した格子構造によって粘弾性物体をモデル化する。そしてそのモデルに変位入力や力入力を加え、その場合のモデルの形状変形をシミュレーションし、モデルの妥当性を検討する。その後、4要素モデル内に非線型ダンパー(NLD)を導入する。そして2つのモデルの応答を比較し、NLDを用いたモデルの妥当性を検討する。

2. 粘弾性物体のモデリング

この章では、材料の粘弾性の特性を表した4要素モデルについて説明する。粘弾性材料のモデルとして考えられている要素は、Fig.1に示されたモデルで表すことができる。Fig.1-(a)に示された要素はVoigtモデル、(b)はMaxwellモデル、(c)は4要素モデルと呼ばれている。それぞれのモデルは、2つの質点間をバネ要素とダンパー要素で結合する。Voigtモデルは、バネ要素とダンパー要素が並列に配置されている。Maxwellモデルは、バネ要素とダンパー要素が直列に配置されている。そして4要素モデルは、Voigtモデルと、Maxwellモデルを直列に結合したモデルである。

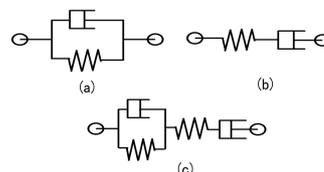


Fig.1 Viscoelastic elements: (a) Voigt model, (b) Maxwell model, (c) Four element model

3つのモデルのそれぞれの特性をFig.2に示す。Fig.2-(a)に、入力を示す。これは、1秒後から10秒後まで1[N]の力を加えることを示す。Fig.2-(a)の入力を、このモデルに加えた場合の応答をFig.2-(b)に示す。実線の応答が4要素モデル、破線の応答がMaxwellモデル、一

点鎖線の応答が Voigt モデルである．一定の力を与えた場合，Voigt モデルの変形は，一定の値に収束する．そして力がなくなった後は，変形が減少していき，最終的には0に収束する．それに対して，Maxwell モデルは，一定の力を与え続けている間は変形し続ける．そして Fig.2-(b) に示すように，力が無くなった後は，0ではないある一定の値に到達する．4要素モデルは，モデル内の Voigt 部分と，Maxwell 部分を足し合わせた様な変形を示している．これより，4要素モデルは，Voigt モデルと Maxwell モデルの両方の特性を示すことがわかる．言い換えれば，4要素モデルは材料の粘弾性を表すことができる．以上のことから本研究では，粘弾性物体のモデルを構築するため，4要素モデルを用いることとする．

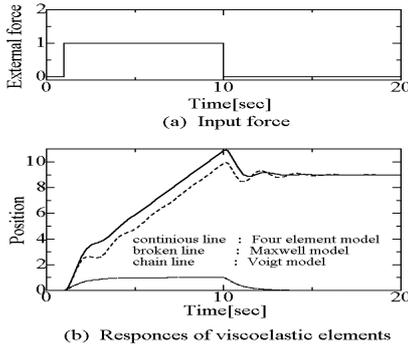


Fig.2 Characteristics of viscoelastic elements: (a) force input, (b) responses of viscoelastic elements

Fig.3 に示した 4 要素モデルを定式化する．座標系の原点を o とする．4 要素モデルの両端の座標を P_{n-1} と P_n とする．4 要素モデルの Voigt 部分のバネ定数，ダンパー定数を，それぞれ K_1, C_1 とする．また Maxwell 部分のバネ定数，ダンパー定数を，それぞれ K_2, C_2 とする．さらに Voigt 部分の自然長を L_1 ，Maxwell 部のばね要素の自然長を L_2 ，ダンパー要素の自然長を L_3 とする．そして，両端の質量を M とする．Voigt 部と Maxwell 部の結合点の座標を P_n^1 ，Maxwell 部のばね要素とダンパー要素の結合点の座標を P_n^2 とする．4 点 $P_{n-1}, P_n^1, P_n^2, P_n$ は直線上に存在する．したがって， P_n^1 や P_n^2 は，パラメータ t_1, t_2 を用いて次のように表現できる．

$$\begin{aligned} P_n^1 &= t_1(P_n - P_{n-1}) + P_{n-1} \\ P_n^2 &= t_2(P_n - P_{n-1}) + P_{n-1} \end{aligned}$$

4 要素モデルによって， P_n に作用する力を F_e とする．力 F_e は Voigt 部にかかる力と等しいので，

$$\begin{aligned} F_e &= -C_1(t_1|P_n - P_{n-1}|) \frac{P_n - P_{n-1}}{|P_n - P_{n-1}|} \\ &\quad - K_1(t_1|P_n - P_{n-1}| - l_1) \frac{P_n - P_{n-1}}{|P_n - P_{n-1}|} \end{aligned} \quad (1)$$

また，力 F_e は Maxwell 部のバネ要素にかかる力と一致する．したがって，次式が成立する．

$$F_e = -K_2((t_2 - t_1)|P_n - P_{n-1}| - l_2) \frac{P_n - P_{n-1}}{|P_n - P_{n-1}|} \quad (2)$$

さらに， F_e は Maxwell 部のダンパー要素にかかる力に等しい．

$$F_e = -C_2((1 - t_2)|P_n - P_{n-1}|) \frac{P_n - P_{n-1}}{|P_n - P_{n-1}|} \quad (3)$$

質点 P_n に働く外力を F_a とする．質点 P_n の運動方程式は，次式によって与えられる．

$$M\ddot{P}_n = F_e + F_a \quad (4)$$

式 (1) から (4) は 4 要素モデルの運動方程式を示している．(1), (2), (3) 式から F_e を消去すると， t_1, t_2 を導出することができる．これより 4 要素モデルにかかる力を計算することができ，質点 P_n の運動を計算することができる．

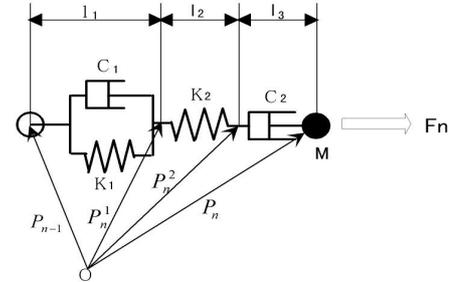


Fig.3 Four element model

3. 粘弾性物体の格子構造モデル

本研究では，粘弾性物体の成形作業を対象とし，成形作業のための物体モデルを構築する．成形作業において，粘弾性物体は，空間的な変形を伴う．したがって，粘弾性物体の 3 次元変形モデルを構築することが必要である．

本研究では，粘弾性物体の物体モデルとして，格子構造モデルを提案する．格子構造モデルの概念を Fig.4 に示す．まず，物体を，X, Y, Z 方向に等間隔に分割する．次に，物体内部の格子点に，質点を配置する．質点の数を N ，粘弾性物体の質量を M_{object} とすると，各質点の質量は $M = M_{object}/N$ である．

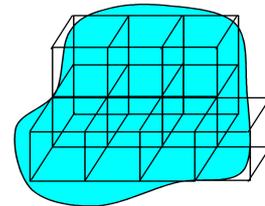


Fig.4 Lattice model of object

Fig.5 に示すように，4 要素モデルをすべての隣り合った質点間に配置する．すなわち，4 要素モデルは，縦，横，斜め方向に配置される．物体の粘弾性変形は，これら 4 要素モデルの変形によって表現することができる

る．格子点 (i,j,k) の位置ベクトルを $P_{i,j,k}$ とする．ここで，質点 $P_{i,j,k}$ の運動方程式を導出する．質点 $P_{i,j,k}$ とその近傍の点 $P_{i+\alpha,j+\beta,k+\gamma}$ 間の4要素モデルによって，質点 $P_{i,j,k}$ に働く力を $F_{i,j,k}^{\alpha,\beta,\gamma}$ で表す．このとき， $P_{i,j,k}$ に働くすべての内力は， $F_{i,j,k}^{\alpha,\beta,\gamma}$ の合計で与えられる．

$$F_{i,j,k}^e = \sum_{\substack{\alpha,\beta,\gamma \in \{-1,0,1\} \\ (\alpha,\beta,\gamma) \neq (0,0,0)}} F_{i,j,k}^{\alpha,\beta,\gamma}$$

力 $F_{i,j,k}^{\alpha,\beta,\gamma}$ は，2章で述べた手続きにより計算することができる．よって， $F_{i,j,k}^e$ を計算することができる．質点 $P_{i,j,k}$ に働くすべての外力の和を $F_{i,j,k}^a$ とする．すると，次の運動方程式が得られる．

$$M \ddot{P}_{i,j,k} = F_{i,j,k}^e + F_{i,j,k}^a$$

モデルを構成するすべての質点の運動方程式を解くことによって，粘弾性物体の変形を計算することができる．

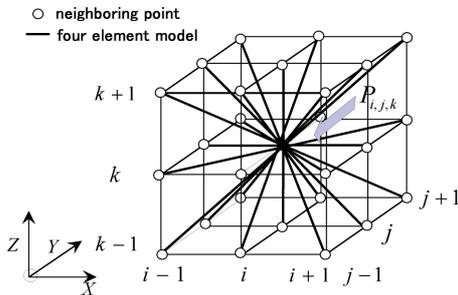


Fig.5 Neighboring lattice points and four element models

4. 2次元モデルのシミュレーション

この章では，粘弾性物体の2次元モデルを用いてシミュレーションした結果を示す．3章で述べた計算法は，2次元モデルに適用することができる．また，2次元モデルによるシミュレーション結果より，3次元変形を推定することができる．Fig.6に，正方形の物体に対する格子構造のモデルを示す．この格子モデルは， 6×6 の質点から成る．4要素モデルは，全ての隣り合った質点間に配置されている．このモデルには，X方向の4要素モデルが25個，Y方向の4要素モデルが25個，斜め方向の4要素モデルが50個存在する．

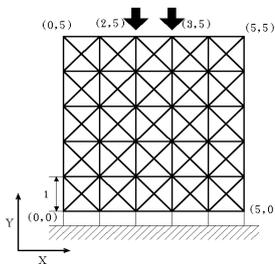


Fig.6 Two-dimensional model of cubic object

このモデルの表面に，変位入力や力入力を加えた場合の変形を計算する．全ての質点の質量は $M = 0.1$ とする．また全ての4要素モデルのバネ定数とダンパー定数の値は $K_1 = K_2 = 1.0$ ， $C_1 = C_2 = 1.0$ とする．また，物体の下側は固定されている．

変位入力： このモデルの座標 $(2,5)$ と $(3,5)$ の点に変位入力を加える．2点に加えられる変位入力の値を Fig.7-(a) に示す．2点のY座標を2秒間に5.0から3.5まで下げる．Fig.7-(b)に，初期の形状と3.6秒後の形状を示す．Fig.7-(c)に，初期形状と定常状態での変形形状を示す．これらの図から判断すると，モデルの中央上部に向かって，上端の両サイドが引っ張られながら変形することがわかる．さらに，この物体がX軸方向に少し伸びていることがわかる．

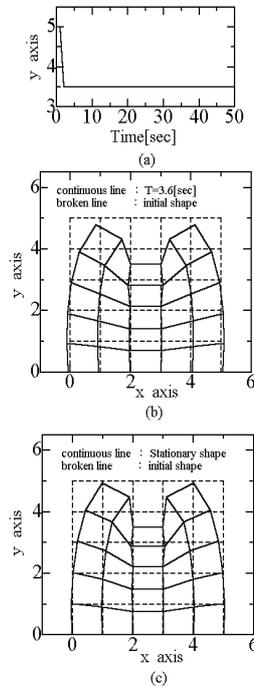


Fig.7 Response of two-dimensional model for displacement input: (a) displacement input at points $(2,5)$ and $(3,5)$, (b) deformed shape after 3.6 seconds, (c) deformed shape in stationary condition

力入力： 次に座標 $(2,5)$ ， $(3,5)$ の質点に，力のインパルス入力を与えた場合のシミュレーション結果を示す．力はYの負の方向に加える．力の大きさを Fig.8-(a) に示す．1秒後の力の大きさは，20である．Fig.8-(b)に，初期形状と定常状態での変形形状を示す．

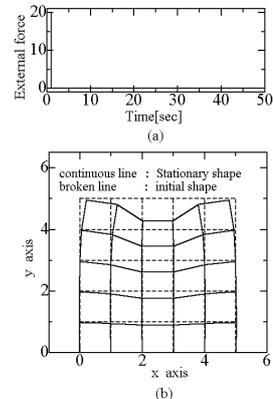


Fig.8 Response of two-dimensional model for force input: (a) force input at points $(2,5)$ and $(3,5)$, (b) deformed shape in stationary condition

シミュレーション結果から判断すると、粘弾性物体の変形はこのモデルで表現することができると考えられる。しかし、実際の粘弾性物体と異なる挙動がある。それは、粘弾性物体に小さな力を加えた時に生じる。たとえば、パン生地の上に軽い物体を置くとする。このとき、パン生地に変形は生じない。しかし、モデルでは、変形が生じてしまう。Fig.9は、このモデルに対して、小さな力のステップ入力を加えた場合の変形を示す。力はYの負の方向に加える。Fig.9-(a)は、座標(2,5)、(3,5)の質点に加えた、力の大きさを示す。Fig.9-(b)は、初期形状と50秒後の形状を示す。このモデルでは、50秒後以降も力を与え続ける限り、変形し続ける。これは、4要素モデルが、線形であるためである。そこで次の章では、この問題を解決するために、非線形4要素モデルを導入する。

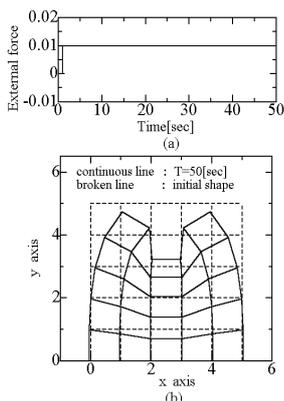


Fig.9 Response of two-dimensional model for small force: (a) force input at points(2,5) and (3,5), (b) deformed shape after 50 seconds

5. 非線形ダンパーを用いた4要素モデル

実際の粘弾性物体は小さな力に対しては、変形しない。しかし前章で述べたモデルでは、変形が生じる。この違いは、4要素モデルのMaxwell部の線形ダンパー要素によって生じる。このダンパー要素は、小さな力を加え続ける限り、伸縮し続ける。この問題を解決するためには、小さな力に対しては変形しないが、それ以上の力に対しては線形性を持つようなダンパー要素を考える必要がある。そこで、今回は4要素モデルの中に非線形ダンパー(NLD)を導入する。NLDのダンパー係数は、小さな力に対しては大きくなり、ある値以上の力に対しては、ある一定の値になる。つまり、NLDのダンパー係数は、NLDに与えられた力に依存する。NLDに生じる力の大きさを f と定義し、そのときのNLDのダンパー係数を $C_2(f)$ とする。

たとえば、 $C_2(f)$ を次のように定義する。

$$C_2(f) = \begin{cases} C_{MAX} & (F < F_0 + \epsilon) \\ \frac{A \cot^{-1}(B(F - F_0))}{F - F_0} + C_{MIN} & (F \geq F_0 + \epsilon) \end{cases}$$

ここで A, B, ϵ は、適当な定数である。ダンパー係数の最大値は C_{MAX} 、最小値は C_{MIN} で与えられる。最大値 C_{MAX} の値は十分に大きくする。力が $F_0 + \epsilon$ よりも小

さい場合、ダンパー係数の値は C_{MAX} となり、NLDはほとんど伸縮しない。しかし、力が $F_0 + \epsilon$ を超えた場合は、 $C_2(f)$ がある一定値に近づくので、NLDは伸縮する。変数 F_0 はNLDが、伸縮するかしないかの境界力である。Fig.10に、 $C_2(f)$ の例を示す。ここで、 $A = 10, B = 10, C = 1, \epsilon = 10^{-8}, C_{MAX} = 1.6 \times 10^9, F_0 = 1$ である。この図からわかるように、 f が1以下のとき、 $C_2(f)$ は 1.6×10^9 という大きな値を取る。一方、 f が $1 + 10^{-8}$ 以上のとき、 $C_2(f)$ は一定の値1である。

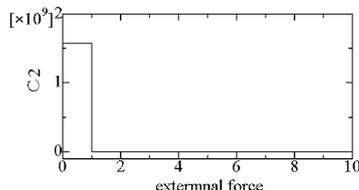


Fig.10 Coefficient of nonlinear damper

Fig.11に、通常の4要素モデルに対するステップ応答と、NLDを用いた4要素モデルに対するステップ応答を示す。図中の実線は、NLDを用いた4要素モデルの応答、破線は通常の4要素モデルの応答を示す。Fig.11-(a)は、入力 F の大きさが1のとき、Fig.11-(b)は、入力 F の大きさが0.1のときの応答である。Fig.11-(a)に示すように、 $F = 1$ に対して、NLDを用いた4要素モデルの応答は、通常の4要素モデルの応答と同じである。Fig.11-(b)に示すように、 $F = 0.1$ に対して、通常の4要素モデルは変形し続けるが、NLDを用いた4要素モデルは一定の値に収束する。NLDのダンパー係数 $C_2(f)$ は $F = 0.1$ の付近で大きくなるので、この応答の違いが現れる。

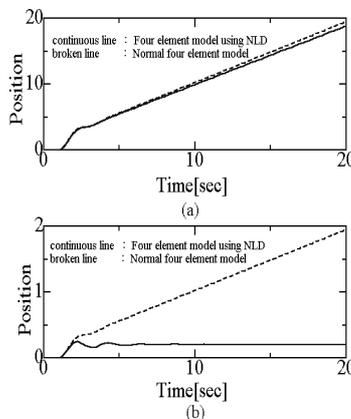


Fig.11 Response of four element model using NLD for step input of force: (a) external force $F = 1$, (b) external force $F = 0.1$

Fig.12は、それぞれの要素モデルに、インパルス入力を与えた場合の応答を示す。Fig.12-(a)は、大きさ100のインパルス入力を加えた場合の応答を、Fig.12-(b)は、大きさ1のインパルス入力を加えた場合の応答を示す。Fig.12-(a)を見ると、応答の収束に違いがあるが、ほぼ同じ値に収束していることがわかる。一方Fig.12-(b)の場合、通常の4要素モデルはある値に収束するが、NLDを用いたモデルの場合は0に収束する。またNLDを用いた4要素モデルは通常の4要素モデルと比較して、収束が遅いことがわかる。これは、力が小さい場合にはダンパー係数 $C_2(f)$ は大きくなるこ

とから生じる現象である。

実際の粘弾性物体を考える上においては、NLDを用いた応答は有効であると考えられる。そこで次章では、非線形モデルを用いた粘弾性物体のモデルを用いて、シミュレーションを行った結果を示す。

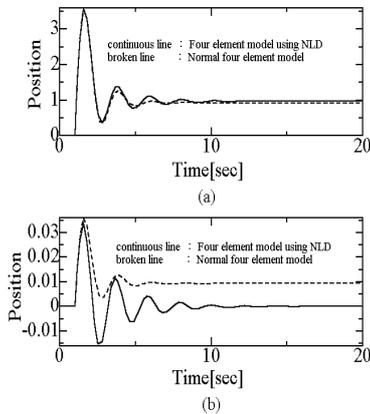


Fig.12 Response of four element model using NLD for impulse input of force: (a) external force $F = 100$, (b) external force $F = 1$

6. 非線形4要素モデルを用いた2次元モデルのシミュレーション

この章では、非線形4要素モデルを用いたモデルでの変形シミュレーション結果を示す。このモデルにおいても4章でのシミュレーションと同じく、粘弾性物体を 6×6 の格子構造とする。入力は、4章と同様の変位入力、力入力を加える。

変位入力： 座標(2,5), (3,5)の質点に変位入力を加える。2点に加えられる変位入力の値をFig.13-(a)に示す。2点のY座標を、2秒間に5.0から3.5まで下げる。Fig.13-(b)に、モデルの初期形状と3.6秒後の形状を示す。またFig.13-(c)に、初期形状と定常状態での変形形状を示す。これらの図を見ると、変形過程は、4章で示した通常の線形モデルと同じであるが、X軸方向の伸びの大きさが、非線形モデルの方が大きいことがわかる。この現象をFig.14を用いて説明する。Fig.14は、1ユニットの格子構造モデルに対して、上部片側の格子点に、Yの負方向に力を加えた場合の変形を表す。Fig.14-(a)は、通常の4要素モデルであり、Fig.14-(b)は、NLDを用いた4要素モデルである。それぞれのモデルにYの負方向の力を加えると、Y方向に結合した4要素モデルは、(a)のモデルにおいても、(b)のモデルにおいても同様に縮む。このとき、斜め方向に結合した4要素モデルに対して、縮もうとする力が加えられる。その力の大きさは、比較的小さい。通常の4要素モデル(a)の場合、斜め方向に結合した4要素モデルは、その力によって縮む。しかし、NLDを用いた4要素モデル(b)の場合、斜め方向に結合した4要素モデルは、力が小さいためにほとんど縮まない。それによって、NLDを用いた4要素モデルの方が、X方向に作用する力の大きさが大きくなり、通常の4要素モデルよりもX方向に伸びると考えられる。

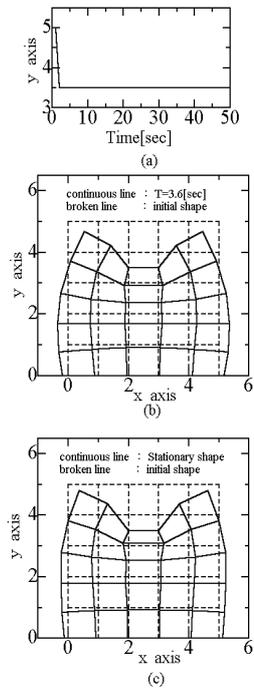


Fig.13 Response of two-dimensional model using NLD for displacement input: (a) position input at lattice points (2,5) and (3,5), (b) deformed shape after 3.6 seconds, (c) deformed shape in stationary condition

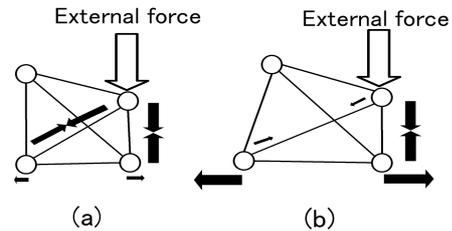


Fig.14 Displacement of individual elements: (a) Normal four element model, (b) Four element model using NLD

力入力： 座標(2,5), (3,5)の2点に、ステップ入力を加えた場合の応答をシミュレーションする。力は負の方向に加える。力の大きさをFig.15-(a)に示す。1秒後の力の大きさは0.01である。Fig.15-(b)に、モデルの初期形状と定常状態での形状を示す。Fig.15-(b)から、NLDを用いた4要素モデルは、小さな力に対してほとんど変形を生じないことがわかる。このことから、NLDを用いることによって、実際の粘弾性物体の物理現象に近い応答を得られることがわかる。

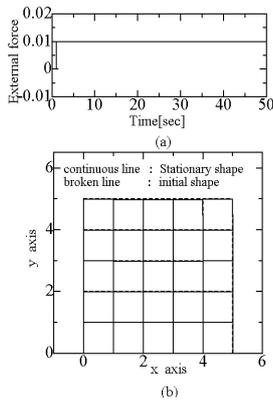


Fig.15 Response of two-dimensional model using NLD for force input: (a) force input at lattice points (2,5) and (3,5), (b) deformed shape in stationary condition

7. 成形工程のシミュレーション

本章では，粘弾性物体を成形する過程のシミュレーションを行う．Fig16 に示すように，粘弾性物体は，回転するローラによって成形される．シミュレーションにおいては，粘弾性物体を，4章で述べた4要素モデルの格子構造によりモデル化する．

ローラは半径1とし，回転角速度 $\omega = 1$ (rad/sec) で回転しながら，初期位置 (-1.1,5.1) から，x 方向に $V = 0.4$ (/sec) の速度で移動する．このシミュレーション結果を，Fig.17 に示す．

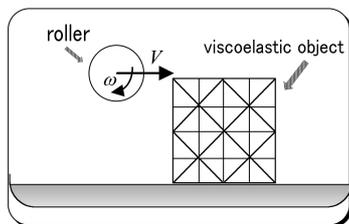


Fig.16 Shaping of viscoelastic object by roller

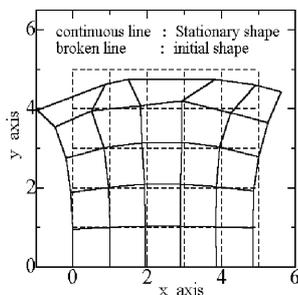


Fig.17 Response of two-dimensional model in shaping by roller

8. おわりに

本研究では，粘弾性物体の形状制御を行うための新しいモデリング法を提案した．粘弾性物体を格子構造で表し，それぞれの質点間に4要素モデルを配置して，変形のシミュレーションを行った．さらに，実際の粘弾性物体の変形を，より精度よくシミュレートするため，非線形ダンパーを導入した．そして，非線形ダンパーを含む4要素モデルを用いて，変形のシミュレーションを行った．

今後は，(1)4要素モデルの各パラメータの同定，(2)実験での検証，(3)成形作業のシミュレーションおよび，(4)形状制御のための制御則の導出を行っていきたい．

参考文献

- 1) Terzopoulos, D., and Fleisher, K. "Modeling Inelastic Deformation: Viscoelasticity, Plasticity, Fracture", Computer Graphics, Vol.22, No.4, pp.269-278, 1988
- 2) Joukhader, A., Deguet, A., and Laugie, C. "A Collision Model for Rigid and Deformable Bodies", Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp.982-988, 1998
- 3) Young-Ho, Chai., and Greg. R, Luecke. "Virtual Clay Modeling Using the ISU Exoskeleton", Proc. IEEE Virtual Reality Annual International Symposium, pp.76-80, 1998
- 4) Taylor, P. M., eds. "Sensory Robotics for the Handling of Limp Materials", Springer-Verlag, 1990
- 5) Zheng, Y. F., Pei, R., and Chen, C., "Strategies for Automatic Assembly of Deformable Objects", Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp.2598-2603, 1991
- 6) Wada, T., Hirai, S., and Kawamura, S. "Indirect Simultaneous Positioning Operations of Extensionally Deformable Objects", Proc. IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems, Vancouver, October, 1998
- 7) 山田嘉昭. "塑性・粘弾性", 培風館, 1980